



جمهوری اسلامی ایران
Islamic Republic of Iran

مؤسسه استاندارد و تحقیقات صنعتی ایران

Institute of Standards and Industrial Research of Iran



استاندارد ملی ایران

۱۳۵۴۲

چاپ اول

ISIRI

13542

1st. Edition

کالیبراسیون خطی با استفاده از مواد مرجع

Linear calibration using reference materials

ICS:17.020;03.120.30

به نام خدا

آشنایی با مؤسسه استاندارد و تحقیقات صنعتی ایران

مؤسسه استاندارد و تحقیقات صنعتی ایران به موجب بند یک ماده ۳ قانون اصلاح قوانین و مقررات مؤسسه استاندارد و تحقیقات صنعتی ایران، مصوب بهمن ماه ۱۳۷۱ تنها مرجع رسمی کشور است که وظیفه تعیین، تدوین و نشر استانداردهای ملی (رسمی) ایران را به عهده دارد.

تدوین استاندارد در حوزه‌های مختلف در کمیسیون‌های فنی مرکب از کارشناسان مؤسسه* صاحب نظران مراکز و مؤسسات علمی، پژوهشی، تولیدی و اقتصادی آگاه و مرتبط انجام می‌شود و کوششی همگام با مصالح ملی و با توجه به شرایط تولیدی، فناوری و تجاری است که از مشارکت آگاهانه و منصفانه صاحبان حق و نفع، شامل تولیدکنندگان، مصرف‌کنندگان، صادرکنندگان و واردکنندگان، مراکز علمی و تخصصی، نهادها، سازمان‌های دولتی و غیر دولتی حاصل می‌شود. پیش نویس استانداردهای ملی ایران برای نظرخواهی به مراجع ذی‌نفع و اعضای کمیسیون‌های فنی مربوط ارسال می‌شود و پس از دریافت نظرها و پیشنهادهای در کمیته ملی مرتبط با آن رشته طرح و در صورت تصویب به عنوان استاندارد ملی (رسمی) ایران چاپ و منتشر می‌شود.

پیش نویس استانداردهایی که مؤسسات و سازمان‌های علاقه مند و ذیصلاح نیز با رعایت ضوابط تعیین شده تهیه می‌کنند در کمیته ملی طرح و بررسی و در صورت تصویب، به عنوان استاندارد ملی ایران چاپ و منتشر می‌شود. بدین ترتیب، استانداردهایی ملی تلقی می‌شود که بر اساس مفاد نوشته شده در استاندارد ملی ایران شماره ۵ تدوین و در کمیته ملی استاندارد مربوط که مؤسسه استاندارد تشکیل می‌دهد به تصویب رسیده باشد.

مؤسسه استاندارد و تحقیقات صنعتی ایران از اعضای اصلی سازمان بین‌المللی استاندارد (ISO)^۱ کمیسیون بین‌المللی الکتروتکنیک (IEC)^۲ و سازمان بین‌المللی اندازه‌شناسی قانونی (OIML)^۳ است و به عنوان تنها رابط^۴ کمیسیون کدکس غذایی (CAC)^۵ در کشور فعالیت می‌کند. در تدوین استانداردهای ملی ایران ضمن توجه به شرایط کلی و نیازمندی‌های خاص کشور، از آخرین پیشرفت‌های علمی، فنی و صنعتی جهان و استانداردهای بین‌المللی بهره‌گیری می‌شود.

مؤسسه استاندارد و تحقیقات صنعتی ایران می‌تواند با رعایت موازین پیش بینی شده در قانون، برای حمایت از مصرف‌کنندگان، حفظ سلامت و ایمنی فردی و عمومی، حصول اطمینان از کیفیت محصولات و ملاحظات زیست محیطی و اقتصادی، اجرای بعضی از استانداردهای ملی ایران را برای محصولات تولیدی داخل کشور و/یا اقلام وارداتی، با تصویب شورای عالی استاندارد، اجباری نماید. مؤسسه می‌تواند به منظور حفظ بازارهای بین‌المللی برای محصولات کشور، اجرای استاندارد کالاهای صادراتی و درجه‌بندی آن را اجباری نماید. همچنین برای اطمینان بخشیدن به استفاده‌کنندگان از خدمات سازمان‌ها و مؤسسات فعال در زمینه مشاوره، آموزش، بازرسی، ممیزی و صدورگواهی سیستم‌های مدیریت کیفیت و مدیریت زیست محیطی، آزمایشگاه‌ها و مراکز کالیبراسیون (واسنجی) و وسایل سنجش، مؤسسه استاندارد این گونه سازمان‌ها و مؤسسات را بر اساس ضوابط نظام تأیید صلاحیت ایران ارزیابی می‌کند و در صورت احراز شرایط لازم، گواهینامه تأیید صلاحیت به آن‌ها اعطا و بر عملکرد آن‌ها نظارت می‌کند. ترویج دستگاه بین‌المللی بکاه، کالیبراسیون (واسنجی) و وسایل سنجش، تعیین عیار فلزات گران‌بها و انجام تحقیقات کاربردی برای ارتقای سطح استانداردهای ملی ایران از دیگر وظایف این مؤسسه است.

* مؤسسه استاندارد و تحقیقات صنعتی ایران

- 1- International organization for Standardization
- 2 - International Electro technical Commission
- 3- International Organization for Legal Metrology (Organization International de Metrology Legal)
- 4 - Contact point
- 5 - Codex Alimentarius Commission

کمیسیون فنی تدوین استاندارد

« کالیبراسیون خطی با استفاده از مواد مرجع »

رئیس:

عضو هیات علمی دانشکده برق دانشگاه هوایی
شهید ستاری و کارشناس استاندارد

راعی، جلال
(کارشناسی ارشد مدیریت)

دبیر:

کارشناس
شرکت خدمات فنی و مهندسی نهال

شهابی، حامد
(کارشناسی برق الکترونیک)

اعضاء: (اسامی به ترتیب حروف الفبا)

کارشناس

استاد حسین، روح ا...
(لیسانس مهندسی مکانیک)

مدیر تدوین شرکت مهندسی سیستم‌های
مدیریت قابلیت اعتماد توازن

افراز، شهاب
(کارشناسی مهندسی کامپیوتر)

رئیس هیات مدیره شرکت مهندسی سیستم-
های مدیریت قابلیت اعتماد توازن

بستان دوست راد، احسان
(کارشناسی مهندسی صنایع)

کارشناس شرکت مهندسی سیستم‌های
مدیریت قابلیت اعتماد توازن

حکیمی زاده، صدف
(کارشناسی ارشد مترجمی زبان)

کارشناس استاندارد

ذره، مهدی
(کارشناسی ارشد مهندسی برق)

کارشناس
پایدار اطلاعات دوران

عزیزی، مارال
(لیسانس مهندسی کامپیوتر)

مدیر عامل
شرکت خدمات فنی و مهندسی نهال

قربان اشرفی، افشین
(کارشناسی مهندسی برق - الکترونیک)

معدن تهران شن
مدیریت کنترل کیفیت

کوماسی، حامد
(لیسانس مهندسی معدن)

پایکار بنیان پنل
مدیریت فنی

نصرتی، ایمان
(لیسانس مهندسی مکانیک)

فهرست مندرجات

صفحه	عنوان
ب	آشنایی با مؤسسه استاندارد و تحقیقات صنعتی ایران
ج	کمیسیون فنی تدوین استاندارد
ز	پیش گفتار
۱	۱ هدف و دامنه کاربرد
۲	۲ مراجع الزامی
۲	۳ اصطلاحات و تعاریف
۴	۵ روش پایه
۴	۱-۵ کلیات
۴	۲-۵ فرضها
۴	۳-۵ آزمایش کالیبراسیون
۴	۱-۳-۵ شرایط آزمایش
۴	۲-۳-۵ انتخاب RMs
۵	۳-۳-۵ تعداد RMs، N
۵	۴-۳-۵ تعداد تکرارها، K
۵	۴-۵ استراتژی برای تحلیل دادهها
۷	۲-۶ برآورد تابع کالیبراسیون خطی بنا بر فرض انحراف معیار ثابت باقی ماندهها
۷	۱-۲-۶ مدل
۸	۲-۲-۶ برآوردهای پارامترها
۸	۳-۶ نمودارهای تابع کالیبراسیون و باقی ماندهها
۸	۱-۳-۶ نمودار تابع کالیبراسیون
۱۰	۲-۳-۶ نمودار باقی ماندهها در برابر مقادیر برازش شده
۱۱	۴-۶ برآورد تابع کالیبراسیون بنا بر فرض انحراف معیار نسبی باقی ماندهها و نمودار تابع کالیبراسیون
۱۱	۱-۴-۶ مدل
۱۲	۲-۴-۶ برآوردهای پارامترها
۱۳	۳-۴-۶ نمودار تابع کالیبراسیون و باقی ماندهها
۱۳	۵-۶ ارزیابی فقدان برازش تابع کالیبراسیون
۱۳	۱-۵-۶ کلیات
۱۶	۷ روش کنترل
۱۶	۱-۷ کلیات
۱۶	۲-۷ محاسبه حدود بالایی و پایینی کنترل

ادامه‌ی فهرست مندرجات

صفحه	عنوان
۱۶	۱-۲-۷ مدل با انحراف معیار ثابت باقی‌مانده‌ها
۱۷	۲-۲-۷ مدل با انحراف معیار نسبی باقی‌مانده‌ها
۱۸	۴-۷ تصمیم درباره وضعیت سیستم
۱۹	۵-۷ برآورد عدم قطعیت مقادیر تبدیل یافته
۱۹	۱-۵-۷ برآورد طی دوره اعتبار تابع کالیبراسیون معین
۱۹	۱-۱-۵-۷ مدل با انحراف معیار ثابت باقی‌مانده‌ها
۲۰	۲-۱-۵-۷ مدل با انحراف معیار نسبی باقی‌مانده‌ها
۲۰	۲-۵-۷ برآورد طی دوره‌ای که کالیبراسیون مجدد را شامل می‌شود.
۲۱	۸ دو جایگزین برای روش پایه
۲۱	۱-۸ کلیات
۲۱	۲-۸ روش کالیبراسیون تک نقطه‌ای
۲۱	۱-۲-۸ کلیات
۲۱	۲-۲-۸ فرض‌ها
۲۱	۳-۲-۸ آزمایش کالیبراسیون تک نقطه‌ای
۲۲	۴-۲-۸ برآورد تابع کالیبراسیون
۲۳	۵-۲-۸ تبدیل اندازه گیری‌های بعدی با تابع کالیبراسیون
۲۴	۳-۸ تکنیک براکتینگ
۲۴	۱-۳-۸ کلیات
۲۴	۲-۳-۸ فرض‌ها
۲۴	۳-۳-۸ آزمایش براکتینگ
۲۴	۴-۳-۸ برآورد کمیت مجهول
۲۵	۹ مثال
۲۵	۱-۹ کلیات
۲۶	۲-۹ روش پایه
۲۶	۱-۲-۹ پس زمینه و داده‌ها
۲۶	۲-۲-۹ نمودار داده‌ها
۲۷	۳-۲-۹ برآورد تابع کالیبراسیون خطی بنا بر فرض انحراف معیار ثابت باقی‌مانده‌ها
۲۹	۴-۲-۹ نمودارهای تابع کالیبراسیون و باقی‌مانده‌ها
۲۹	۵-۲-۹ برآورد تابع کالیبراسیون بنا بر فرض انحراف معیار نسبی باقی‌مانده‌ها
۴۳	کتابنامه

پیش گفتار

استاندارد «کالیبراسیون خطی با استفاده از مواد مرجع» که پیش نویس آن در کمیسیون‌های مربوط توسط «شرکت مهندسی سیستم‌های قابلیت اعتماد توازن» تهیه و تدوین شده و در یکصد و پنجاه و سومین اجلاس کمیته‌ی ملی استاندارد اندازه شناسی، اوزان و مقیاس‌ها مورخ ۱۳۸۹/۱۱/۲۵ مورد تصویب قرار گرفته است، اینک به استناد بند یک ماده ۳ قانون اصلاح قوانین و مقررات مؤسسه استاندارد و تحقیقات صنعتی ایران، مصوب بهمن ماه ۱۳۷۱، به عنوان استاندارد ملی ایران منتشر می‌شود. برای حفظ همگامی و هماهنگی با تحولات و پیشرفت‌های ملی و جهانی در زمینه صنایع، علوم و خدمات، استانداردهای ملی ایران در مواقع لزوم تجدید نظر خواهد شد و هر پیشنهادی که برای اصلاح و تکمیل این استانداردها ارائه شود، هنگام تجدید نظر در کمیسیون فنی مربوط مورد توجه قرار خواهد گرفت. بنابراین، باید همواره از آخرین تجدیدنظر استانداردهای ملی استفاده کرد.

منبع و مأخذی که برای تهیه این استاندارد مورد استفاده قرار گرفته به شرح زیر است:

ISO 11095:1995, Linear calibration using reference materials

کالیبراسیون خطی با استفاده از مواد مرجع

۱ هدف و دامنه کاربرد

هدف از تدوین این استاندارد:

الف) طرح ریزی اصول کلی مورد نیاز برای کالیبره سیستم اندازه گیری و نگهداری آن سیستم اندازه گیری "کالیبره شده" در حالت کنترل آماری؛

ب) فراهم نمودن روشی پایه

- برای برآورد تابع کالیبراسیون خطی بنا بر هر یک از دو فرض مربوط به تغییرپذیری اندازه گیری‌ها،
- برای واری فرضیه خطی بودن تابع کالیبراسیون و فرض‌هایی در مورد تغییرپذیری اندازه گیری‌ها، و
- برای برآورد مقدار یک کمیت مجهول جدید به وسیله تبدیل مقادیر اندازه گیری به دست آمده بر روی آن کمیت با تابع کالیبراسیون؛

پ) فراهم نمودن روش کنترلی برای استفاده توسعه یافته از تابع کالیبراسیون

- جهت آشکارسازی زمانی که تابع کالیبراسیون نیاز دارد تا به روز شود، و
 - جهت برآورد عدم قطعیت مقادیر اندازه گیری شده پس از تبدیل با تابع کالیبراسیون؛
- ت) فراهم نمودن دو جایگزین برای روش پایه تحت شرایط خاص؛

ث) توضیح روش پایه و روش کنترلی همراه با مثال، می‌باشد.

این استاندارد برای سیستم‌های اندازه گیری مواد مرجعی که در دسترس هستند، کاربرد دارد.

این استاندارد برای سیستم‌های اندازه گیری با تابع کالیبراسیون خطی مفروض کاربرد دارد و روشی برای بررسی فرض خطی بودن پیشنهاد می‌کند. اگر معلوم شود که تابع کالیبراسیون غیر خطی است، آنگاه این استاندارد قابل کاربرد نمی‌باشد مگر اینکه از "تکنیک براکتینگ"^۱ شرح داده شده در ۸-۳ استفاده شود.

این استاندارد فرقی میان انواع گوناگون \sqrt{RMS} قائل نمی‌شود و بررسی می‌کند که مقادیر پذیرفته شده RMS انتخاب شده برای کالیبره سیستم اندازه گیری بدون خطا باشند.

1 - Bracketing technique

2 - Reference Material

۲ مراجع الزامی

مدارک الزامی زیر حاوی مقرراتی است که در متن این استاندارد ملی ایران به آن‌ها ارجاع داده شده است. بدین ترتیب آن مقررات جزئی از این استاندارد ملی ایران محسوب می‌شود.

در صورتی که به مدرکی با ذکر تاریخ انتشار ارجاع داده شده باشد، اصلاحیه‌ها و تجدید نظرهای بعدی آن مورد نظر این استاندارد ملی ایران نیست. در مورد مدارکی که بدون ذکر تاریخ انتشار به آن‌ها ارجاع داده شده است، همواره آخرین تجدید نظر و اصلاحیه‌های بعدی آن‌ها مورد نظر است.

استفاده از مراجع زیر برای این استاندارد الزامی است:

2-1 ISO 3534-1:1993, Statistics - Vocabulary and symbols - Part 7: Probability and general statistical terms.

2-2 ISO 3534-2:1993, Statistics - Vocabulary and symbols - Part 2: Statistical quality control.

2-3 ISO Guide 30:1992, Terms and definitions used in connection with reference materials.

۳ اصطلاحات، تعاریف، اختصارات و نمادها

۱-۳ اصطلاحات و تعاریف

در این استاندارد علاوه بر اصطلاحات و تعاریف تعیین شده در استانداردهای ISO 3534-1 و ISO 3534-2، اصطلاحات و تعاریف زیر نیز به کار می‌رود.

۱-۱-۳

ماده مرجع

ماده اصلی یا ماده مصنوع برای یک یا چند خصوصیتی که به اندازه کافی خوب محقق شوند تا برای اعتبار بخشیدن به سیستم اندازه‌گیری مورد استفاده قرار گیرند.

۲-۳ اختصارات و نمادها

یادآوری - برای اختصارات و نمادهای مورد استفاده در این استاندارد به پیوست الف مراجعه کنید.

۴ اصول کلی

کالیبراسیون روش اجرایی است که تفاوت سیستماتیکی را تعیین می‌کند که ممکن است بین سیستم اندازه‌گیری و سیستم "مرجع" بیان شده با مواد مرجع و مقادیر پذیرفته آن‌ها، وجود داشته باشد. در این استاندارد اصطلاح سیستم (سیستم اندازه‌گیری یا سیستم مرجع) نه تنها برای بیان دستگاه اندازه‌گیری به کار برده می‌شود بلکه مجموعه روش‌های اجرایی، اپراتورها و شرایط محیطی مرتبط با آن دستگاه را نیز بیان می‌کند.

خروجی روش اجرایی کالیبراسیون تابع کالیبراسیون است که برای تبدیل نمودن نتایج اندازه گیری بعدی مورد استفاده قرار می‌گیرد. در این استاندارد اصطلاح "تبدیل"

- یا به تصحیح نتایج اندازه گیری بعدی در صورتی که هر دو، مقادیر پذیرفته شده مواد مرجع (RMs) و مقادیر مشاهده شده واحدهای یکسان داشته باشند،

- یا به انتقال از واحدهای اندازه گیری‌های مشاهده شده به واحدهای RMs اشاره می‌کند. اعتبار تابع کالیبراسیون به دو شرط زیر بستگی دارد:

الف) اندازه گیری‌هایی که از آن‌ها تابع کالیبراسیون محاسبه شده است نشانگر شرایط عادی باشند که تحت

آن سیستم اندازه گیری کار می‌کند، و

ب) سیستم اندازه گیری در حالت کنترل باشد.

آزمایش کالیبراسیون باید برای حصول اطمینان از اینکه نکته الف) برآورده می‌شود، طراحی شود. روش کنترلی در سریع‌ترین زمان ممکن، زمانی را که سیستم باید خارج از کنترل مورد ملاحظه قرار گیرد، تعیین می‌کند.

روش اجرایی در این استاندارد فقط برای سیستم‌های اندازه گیری که به طور خطی با سیستم‌های مرجعشان مرتبط هستند، کاربرد دارد. برای واریسی اینکه آیا فرض خطی بودن معتبر است، بیش از دو RMs باید در طی آزمایش کالیبراسیون مورد استفاده قرار گیرد. این موضوع در روش پایه توضیح داده می‌شود. با استفاده از چندین RMs، روش پایه استراتژی و تکنیک‌هایی را برای تحلیل داده‌های جمع آوری شده در طی آزمایش کالیبراسیون فراهم می‌کند. اگر خطی بودن مورد بحث نباشد، آنگاه روشی جایگزین ساده‌تر از روش پایه می‌تواند جهت برآورد تابع کالیبراسیون خطی بر اساس تک نقطه‌ای مورد استفاده قرار گیرد. این روش "کالیبراسیون تک نقطه‌ای" (بعد از تبدیل سطح صفر) برای هیچ گونه آزمون فرض‌ها در نظر گرفته نمی‌شود، اما روشی آسان و سریع برای "کالیبراسیون مجدد" سیستمی است که در جریان آزمایش‌های قبلی به طور کامل‌تر مورد مطالعه قرار گرفته است. اگر خطی بودن مورد بحث نباشد، آنگاه روش جایگزین دوم به نام "براکتینگ" می‌تواند استفاده شود.

روش پایه و روش تک نقطه‌ای بر اساس این فرض هستند که تلاش صرف شده در کالیبراسیون طی دوره پایداری فرآیند معتبر خواهد بود. جهت مطالعه این دوره در مدتی که کالیبراسیون معتبر است، روش کنترلی باید مناسب باشد. روش کنترلی برای پی بردن به اینکه آیا تغییراتی که بررسی و/ یا کالیبراسیون مجدد را توجیه می‌کنند در سیستم رخ داده‌اند، طراحی شده است. روش کنترلی همچنین راهی ساده برای تعیین دقت مقادیری که با تابع کالیبراسیون معین تبدیل یافته‌اند، فراهم می‌سازد.

روش براکتینگ پر زحمت می‌باشد اما می‌تواند درستی بزرگ‌تری در تعیین مقادیر کمیت‌های مجهول فراهم کند. این روش از احاطه هر چه تنگ‌تر (براکتینگ) هر کمیت مجهول با دو RMs و استخراج مقدار تبدیل یافته برای کمیت مجهول از اندازه گیری‌های هم کمیت مجهول و هم مقادیر دو RMs، تشکیل می‌شود. فقط

پایداری فرآیند اندازه گیری کوتاه مدت فرض شود (پایداری طی اندازه گیری کمیت مجهول و دو RMs). حالت خطی فقط در بازه بین مقادیر دو RMs فرض شود.

۵ روش پایه

۱-۵ کلیات

این بند چگونگی برآورد و استفاده از تابع کالیبراسیون خطی را زمانی که چندین (بیش از دو) RMs در دسترس باشند، شرح می‌دهد. در دسترس بودن چندین RMs امکان می‌دهد که حالت خطی تابع کالیبراسیون تصدیق شود.

۲-۵ فرضیات

۱-۲-۵ فرض می‌شود که هیچ خطایی در مقادیر پذیرفته RMs وجود ندارد (این فرض در این استاندارد واریسی نخواهد شد). در عمل، مقادیر پذیرفته RMs همراه با عدم قطعیت‌هایشان بیان می‌شوند. فرض نبود خطا در مقادیر پذیرفته RMs در صورتی می‌تواند معتبر در نظر گرفته شود که عدم قطعیت‌ها در مقایسه با بزرگی خطاهای موجود در مقادیر اندازه گیری شده این RMs کوچک باشند (به مرجع [۱] مراجعه نمایید).

یادآوری ۱- در وضعیتی که RMs به طور شیمیایی یا در بعضی موارد به طور فیزیکی عمل آورده شده‌اند، قبل از اینکه قرائت‌های دستگاه گرفته شوند، این استاندارد می‌تواند عدم قطعیت‌های مرتبط با تبدیل نتیجه اندازه گیری جدید را ناچیز بشمارد.

۲-۲-۵ تابع کالیبراسیون فرض می‌شود که خطی باشد (این فرض بررسی خواهد شد).

۳-۲-۵ اندازه گیری‌های گزارش شده RM معین، فرض می‌شوند که دارای توزیع مستقل و نرمال باشند، با واریانس اشاره شده به عنوان " واریانس باقی‌مانده‌ها " (فرض‌ها مستقل و نرمال بودن در این استاندارد واریسی نخواهد شد). ریشه دوم واریانس باقی‌مانده‌ها به انحراف معیار باقی‌مانده‌ها اشاره می‌کند.

۴-۲-۵ فرض می‌شود که انحراف معیار باقی‌مانده‌ها نسبت به مقدار پذیرفته RM ثابت یا نسبی باشد.

۳-۵ آزمایش کالیبراسیون

۱-۳-۵ شرایط آزمایش

شرایط آزمایش بایستی همان شرایط بهره برداری عادی سیستم اندازه گیری باشد؛ یعنی اگر برای مثال بیش از یک اپراتور تجهیزات اندازه گیری را به کار می‌برد آنگاه بایستی بیش از یک اپراتور در آزمایش کالیبراسیون حضور داشته باشد.

۲-۳-۵ انتخاب RMs

گستره مقادیر که با RMs انتخاب شده پدید آمده است بایستی (تا آنجا که ممکن است) گستره مقادیر مواجه شده طی شرایط بهره برداری عادی سیستم اندازه گیری را در بر گیرد.

ترکیب RMS انتخاب شده بایستی هر چه نزدیکتر به ترکیب ماده نشان شده برای اندازه گیری باشد. مقادیر RMS بایستی تقریباً به طور هم فاصله بر روی گستره مقادیر مواجه شده در جریان شرایط بهره برداری عادی سیستم اندازه گیری، توزیع شوند.

۳-۳-۵ تعداد RMS، N

تعداد RMS مورد استفاده جهت ارزیابی تابع کالیبراسیون بایستی حداقل ۳ باشد. برای ارزیابی اولیه تابع کالیبراسیون تعدادی بزرگتر از ۳ توصیه می شود (حداقل ۳ بر روی زیر بازه‌ای که در آن درباره خطی بودن تابع کالیبراسیون تردید وجود دارد).

۴-۳-۵ تعداد تکرارها، K

هر RM بایستی حداقل دو بار اندازه گیری شود (در عمل هر چند تا تکرار که ممکن باشد توصیه می شود). تعداد تکرارها بایستی برای همه RMS یکسان باشد. زمان و شرایط در تکرارهایی که اتخاذ شده‌اند بایستی هر پهنای گستره‌ای که لازم است را پوشش دهد تا از این که همه شرایط بهره برداری نشان داده می شوند، اطمینان حاصل شود.

۴-۵ استراتژی برای تحلیل داده‌ها

۱-۴-۵ داده‌ها را جهت واریسی موارد زیر به صورت نمودار نشان دهید:

الف) حالت کنترل سیستم اندازه گیری طی آزمایش کالیبراسیون،

ب) فرض خطی بودن، و

پ) تغییرپذیری اندازه گیری‌ها به عنوان تابع مقادیر پذیرفته RMS

۲-۴-۵ تابع کالیبراسیون خطی را بنا بر فرض انحراف معیار ثابت باقی مانده‌ها برآورد نمایید.

۳-۴-۵ تابع کالیبراسیون خطی و باقی مانده‌ها را بر روی نمودار نشان دهید. نمودار باقی مانده‌ها نشان دهنده قوی انحراف از فرض خطی بودن یا از فرض انحراف معیار ثابت باقی مانده‌ها می باشد. اگر فرض انحراف معیار ثابت باقی مانده‌ها صدق کند، از مرحله ۴-۴-۵ رد شوید و با مرحله ۵-۴-۵ ادامه دهید. در غیر این صورت مرحله ۴-۴-۵ را اجرا نمایید.

۴-۴-۵ تابع کالیبراسیون خطی را بنا بر فرض انحراف معیار نسبی باقی مانده‌ها برآورد نمایید و تابع کالیبراسیون و باقی مانده‌ها را بر روی نمودار نشان دهید.

۵-۴-۵ فقدان برازش تابع کالیبراسیون را ارزیابی نمایید. اگر تغییرپذیری به سبب فقدان برازش نسبت به تغییرپذیری به علت تکرار اندازه گیری‌ها بزرگ باشد، روش‌های اجرایی دنبال شده در جریان آزمایش کالیبراسیون را بررسی نمایید و فرض خطی بودن تابع کالیبراسیون را دوباره امتحان نمایید. اگر فرض خطی بودن صدق نکند، آنگاه چاره کار استفاده از روش براکتینگ شرح داده شده در ۳-۸ می باشد.

یادآوری ۲- افزون بر دامنه کاربرد این استاندارد، تکنیک‌های دیگری در این مورد وجود دارد که برازش منحنی درجه دوم یا چند جمله‌ای را نسبت به داده‌ها ممکن می‌سازد (به مراجع [۱] و [۲] مراجعه نمایید).

۵-۴-۶ مقادیر اندازه‌گیری شده بعدی را با تابع کالیبراسیون تبدیل نمایید.
بند بعدی شش مرحله این استراتژی را شرح می‌دهد. بند ۹ روش پایه‌ای را با مثال توضیح می‌دهد.

۶ مراحل روش پایه

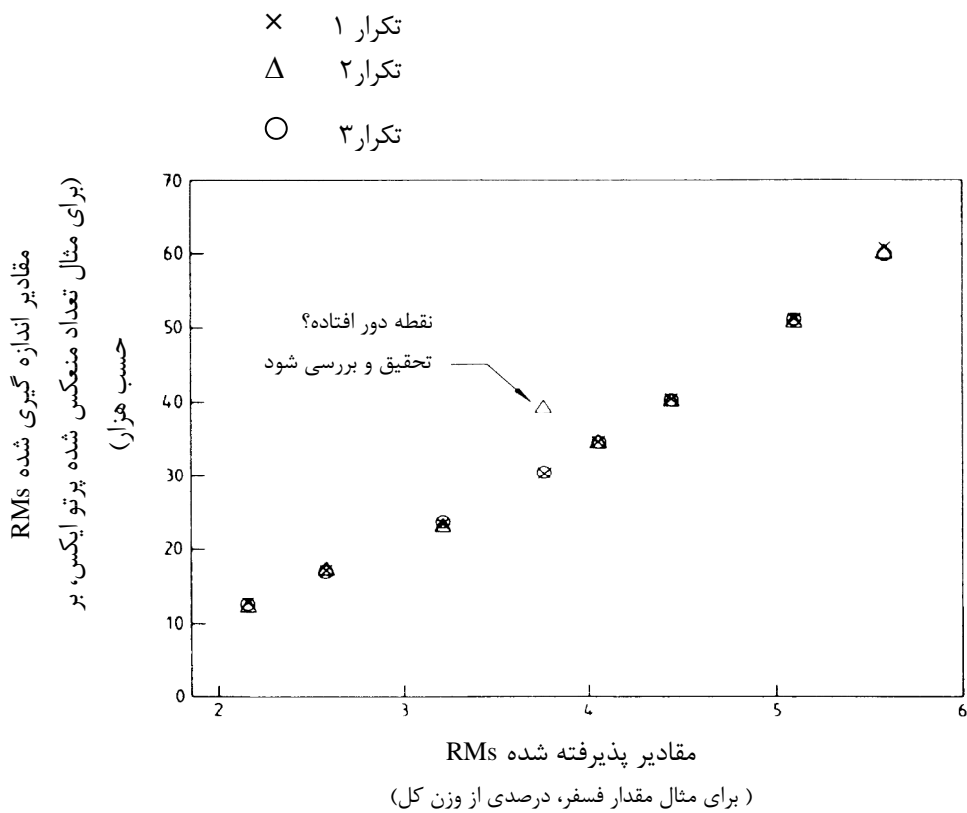
۶-۱ نمودار داده‌های گردآوری شده طی آزمایش کالیبراسیون

شکل ۱ نمودار مقادیر اندازه‌گیری شده را در برابر مقادیر پذیرفته متناظر RMS نشان می‌دهد. شکل ۱ بعلاوه شکل‌های ۲ تا ۵ از داده‌های شبیه‌سازی شده به دست آورده می‌شود. مقصود از این پنج نمودار توضیح نوع اطلاعاتی است که شخص می‌تواند از چنین نمودارهایی استخراج نماید. مثال کاملی در بند ۸ همراه با داده‌ها، نمودارها و تحلیل‌ها مورد بحث قرار می‌گیرد.

مقصود اصلی نمودار نشان داده شده در شکل ۱ این است که هر گونه رفتار غیرمعمول سیستم اندازه‌گیری در جریان آزمایش کالیبراسیون را به طور بصری آشکار نماید و نقاط دورافتاده بالقوه را شناسایی نماید. در صورت امکان، ترتیب نقاط داده‌ها را برچسب بزنید و روندهای زمانی مشهود را جستجو نمایید. اگر بعضی از داده‌ها شک برانگیز باشند یا اگر روند زمانی مشهود باشد، آنگاه تحقیق و بررسی برای یافتن علل بی‌نظمی‌ها باید صورت گیرد. به محض اینکه علل بی‌نظمی‌ها برطرف شوند، آزمایش کالیبراسیون بایستی تکرار شود و داده‌های جدید بایستی برای تحقق تابع کالیبراسیون گردآوری شوند.

اگر آن علل به واسطه یک یا تعداد خیلی کم نقاط برون افتاده، پیدا شوند و باقی‌مانده‌ها اندازه‌گیری‌ها را تحت تاثیر قرار ندهند، آنگاه آن نقاط دورافتاده می‌توانند حذف شوند. آزمایش کالیبراسیون در آن وقت نامتعادل می‌شود؛ یعنی تعداد نابرابر اندازه‌گیری‌های K_n به جای K وجود دارد. با این وجود برآورد تابع کالیبراسیون می‌تواند با فرمول‌های پیوست ب که جایگزین فرمول‌های ارائه شده در بندهای ۶-۲، ۶-۴ و ۶-۵ شدند، انجام شود.

شکل ۱ همچنین تشخیص زودتر فرض خطی بودن تابع کالیبراسیون، بعلاوه نگاه اولیه در مورد فرض انحراف معیار ثابت باقی‌مانده‌ها را ممکن می‌سازد. خطی بودن تابع کالیبراسیون می‌تواند به طور بصری به وسیله تجسم خطی مستقیم از داده‌های رسم شده در شکل ۱ واریسی شود (به نظر می‌رسد مقداری انحراف در داده‌های شکل ۱ وجود داشته باشد). فرض انحراف معیار ثابت باقی‌مانده‌ها می‌تواند با توجه در پراکندگی نقاط در شکل ۱ برای RM معین، واریسی شود. اگر به نظر برسد که این پراکندگی با مقادیر پذیرفته RMS افزایش یابد، آنگاه فرض انحراف معیار ثابت باقی‌مانده‌ها احتمالاً صحیح نمی‌باشد (این مورد در شکل ۱ به نظر نمی‌رسد). نمودار پیشرفته‌تری جهت واریسی حالت خطی و انحراف معیار ثابت باقی‌مانده‌ها در بند ۶-۳ نشان داده می‌شود.



شکل ۱- نمودار شماتیک داده‌های گردآوری شده طی آزمایش کالیبراسیون

۲-۶ برآورد تابع کالیبراسیون خطی بنا بر فرض انحراف معیار ثابت باقی مانده‌ها

مدل ۱-۲-۶

فرض‌های خطی بودن تابع کالیبراسیون و انحراف معیار ثابت باقی مانده‌ها با مدل زیر مجسم می‌شوند

$$y_{nk} = \beta_0 + \beta_1 x_n + \varepsilon_{nk}$$

که در آن:

مقدار پذیرفته n امین RM x_n (n=1, ..., N)

k امین اندازه گیری n امین RM y_{nk} (k=1, ..., K)

مقدار مورد انتظار اندازه گیری‌های n امین RM: $\beta_0 + \beta_1 x_n$

انحراف بین y_{nk} و مقدار مورد انتظار اندازه گیری n امین RM (این انحراف‌ها فرض ε_{nk}

می‌شوند که مستقل باشند و با میانگین صفر و واریانس σ^2 به طور نرمال توزیع شده باشد)؛

سه پارامتری که باید از داده‌های گردآوری شده در جریان کالیبراسیون برآورد شوند: σ^2 و β_1, β_0

β_0 عرض از مبدأ تابع کالیبراسیون،

β_1 شیب تابع کالیبراسیون،

σ^2 اندازه دقت سیستم اندازه گیری می‌باشد.

۶-۲-۲ برآوردهای پارامترها

برآوردهای پارامترهای β_0, β_1 و σ^2 می‌تواند با استفاده از فرمول‌های زیر یا به وسیله اجرای بسته نرم افزاری رگرسیون خطی همراه با دو ستون به طول برابر به عنوان ورودی، یکی برای y و یکی برای x ، به دست آورده شود.

۳- یادآوری - برآوردهای پارامترها در این استاندارد نماد $\hat{\cdot}$ را دارند که آن‌ها را از پارامترهای خودشان که مجهول هستند، متمایز می‌کند.

$$\hat{\beta}_1 = \frac{\sum_{n=1}^N (x_n - \bar{x})(y_n - \bar{y})}{\sum_{n=1}^N (x_n - \bar{x})^2}$$

$$\hat{\beta}_0 = \bar{y} - \hat{\beta}_1 \bar{x}$$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{SSE}{(NK - 2)}$$

که در آن‌ها:

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N x_n$$

$$y_n = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K y_{nk}$$

$$\bar{y} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N y_n$$

$$NK = N \times K$$

$$\hat{y}_n = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_n$$

$$e_{nk} = y_{nk} - \hat{y}_n$$

$$SSE = \sum_{n=1}^N \sum_{k=1}^K (e_{nk})^2$$

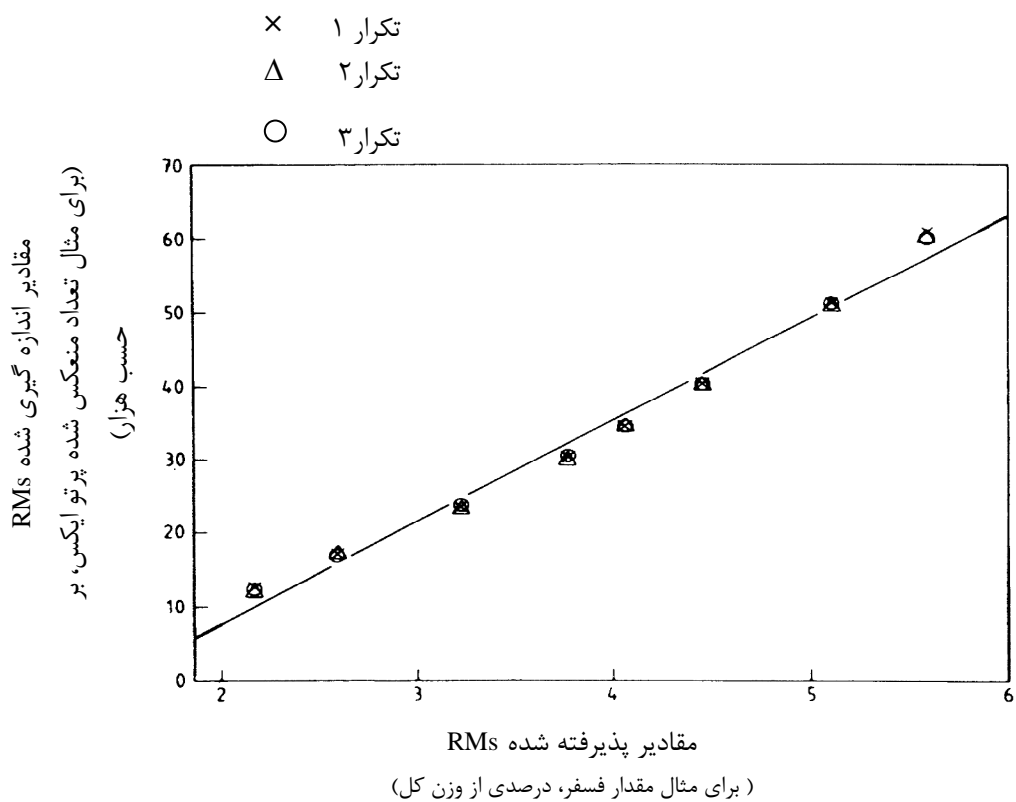
۶-۳ نمودارهای تابع کالیبراسیون و باقی‌مانده‌ها

شکل‌های ۲ و ۳ برای آزمون انحراف‌ها از فرض‌های قرار داده شده در مدل ۶-۲ توصیه می‌شوند.

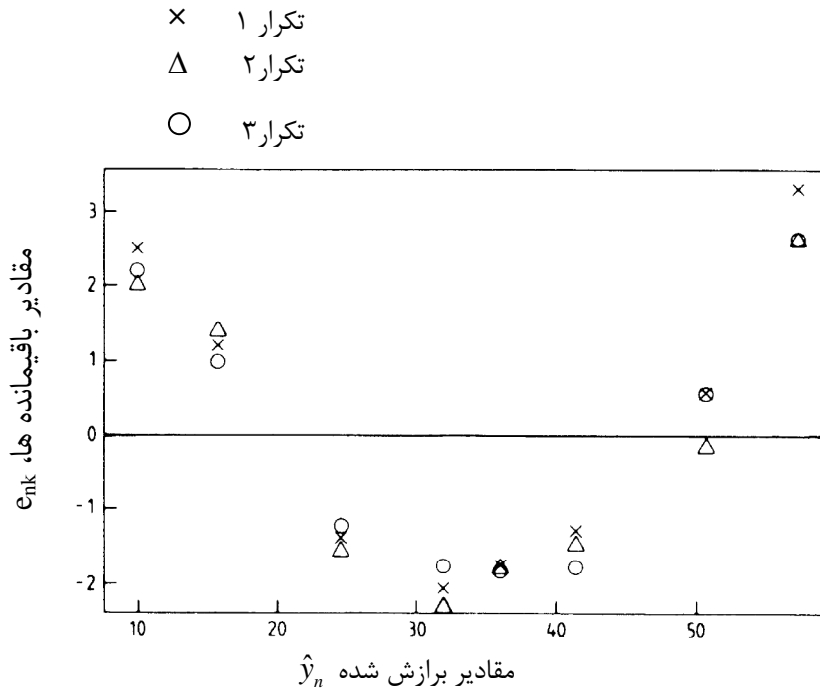
۶-۳-۱ نمودار تابع کالیبراسیون

در شکل ۲ تابع کالیبراسیون برآورده شده به شکل ۱ اضافه می‌شود.

نمودار نشان داده شده در شکل ۲ به طور مقدماتی واریسی محاسبات ارائه شده در ۶-۲-۲ را ممکن می‌سازد و همچنین واریسی بصری فرض خطی بودن تابع کالیبراسیون را فراهم می‌کند.



شکل ۱- نمودار شمانیک منحنی کالیبراسیون



شکل ۳- نمودار شماتیک باقیمانده‌ها در برابر مقادیر برازش شده

۲-۳-۶ نمودار باقی مانده‌ها در برابر مقادیر برازش شده

نمودار باقی مانده‌ها e_{nk} در برابر مقادیر برازش شده \hat{y}_n (شکل ۳) ابزاری قدرتمند برای آشکارسازی انحراف از دو فرض حالت خطی و انحراف معیار ثابت باقی مانده‌ها می‌باشد. اگر این فرض‌ها صدق کنند، آنگاه شکل ۳ بایستی نموداری با نقاط توزیع تصادفی متمرکز حول صفر را نمایش دهد. انحراف از فرض حالت خطی به وسیله الگوی سیستماتیک بین باقی مانده‌ها و مقادیر برازش شده (همانند حالتی که در شکل ۳ است) نشان داده شود. انحراف از فرض انحراف معیار ثابت باقی مانده‌ها به وسیله پراکندگی در داده‌ها که با مقادیر برازش شده افزایش یا کاهش می‌یابند، نشان داده می‌شود. در شکل ۳ پراکندگی باقی مانده‌ها برای هر مقدار برازش شده تقریباً در سراسر شکل ثابت می‌باشد. بنابراین فرض انحراف معیار ثابت باقی مانده‌ها در این وضعیت پذیرفتنی می‌باشد.

یادآوری ۴- شکل ۸ وضعیتی را که فرض انحراف معیار ثابت باقی مانده‌ها پذیرفتنی نیست، نشان می‌دهد.

اگر فرض انحراف معیار ثابت باقی مانده‌ها صدق نکند، آنگاه داده‌های گردآوری شده طی آزمایش کالیبراسیون باید دوباره تحلیل شوند. نمودار انحراف معیار اندازه گیری‌های تکرار شده RM در برابر مقدار پذیرفته شده RM نشان خواهد داد که آیا فرض انحراف معیار نسبی باقی مانده‌ها پذیرفتنی است. برای چنین نموداری به شکل ۹ مراجعه نمایید.

الف) اگر فرض انحراف معیار نسبی باقی مانده‌ها به نظر می‌رسد که صدق کند، آنگاه داده‌ها می‌توانند مطابق با مرحله ۴-۶ دوباره تحلیل شوند.

ب) اگر فرض انحراف معیار نسبی باقی مانده‌ها صدق نکند اما مدلی مرتبط کننده انحراف معیار باقی مانده‌ها به مقادیر پذیرفته RMS (برای مثال نسبت معکوس) وجود داشته باشد، آنگاه رویکردی مشابه با همانی که در مرحله ۴-۶ ارائه شد، می‌تواند به کار برده شود.

اگر فرض خطی بودن صدق نکند، آنگاه چاره کار استفاده از تکنیک براکتینگ شرح داده شده در بند ۸-۳ می‌باشد.

یادآوری ۵- افزون بر دامنه کاربرد این استاندارد، تکنیک‌های دیگری در این مورد وجود دارد که برازش منحنی درجه دوم یا چند جمله‌ای را نسبت به داده‌ها ممکن می‌سازد (به مراجع [۱] و [۲] مراجعه نمایید).

در پایان، آزمون فرض‌های مستقل و نرمال بودن مقادیر ε_{nk} افزون بر دامنه کاربرد این استاندارد می‌باشد. این دو فرض برای اعتبار مرحله ۶-۵ پراهمیت هستند و همچنین می‌توانند با مطالعه باقی مانده‌ها واریسی شوند. برای مثال، نمودار احتمال نرمال باقی مانده‌ها واریسی فرض نرمال بودن را ممکن می‌سازد و نمودار باقی مانده‌ها در برابر زمان واریسی فرض مستقل بودن اندازه گیری‌ها را ممکن می‌سازد. اطلاعات بیشتر را می‌توانید در مرجع [۳] به دست آورید.

۴-۶ برآورد تابع کالیبراسیون بنا بر فرض انحراف معیار نسبی باقی مانده‌ها و نمودار تابع کالیبراسیون

و باقی مانده‌ها

۱-۴-۶ مدل

مدل جایگزین برای مدل ارائه شده در ۶-۲-۱ مدلی است که در آن تابع کالیبراسیون خطی است اما انحراف معیار باقی مانده‌ها با مقادیر پذیرفته شده RMS افزایش می‌یابد. این موضوع در مدل

$$y_{nk} = \gamma_0 + \gamma_1 x_n + \eta_{nk}$$

مجسم می‌شود که در آن:

x_n مقدار پذیرفته n امین RM $(n=1, \dots, N)$ ؛

y_{nk} k امین اندازه گیری n امین RM $(k=1, \dots, K)$ ؛

$\gamma_0 + \gamma_1 x_n$ مقدار مورد انتظار اندازه گیری n امین RM؛

η_{nk} انحراف بین y_{nk} و اندازه گیری مورد انتظار n امین RM (این انحراف‌ها فرض می‌شوند

که مستقل باشند و با میانگین صفر و واریانس متناسب با x_n^2 به طور نرمال توزیع شده

باشد)؛ یعنی:

$$\text{var}(\eta_{nk}) = \text{var}(y_{nk}) = x_n^2 \tau^2$$

γ_0 ، γ_1 و τ^2 سه پارامتری که باید از داده‌های گردآوری شده در جریان کالیبراسیون برآورد شوند:

γ_0 ، γ_1 به ترتیب عرض از مبدا و شیب تابع کالیبراسیون،

τ^2 اندازه دقت نسبی سیستم اندازه گیری می‌باشد.

این مدل می‌تواند به همان مدلی که در ۶-۲-۱ ارائه شده، تبدیل شود؛ یعنی با خطاهایی دارای واریانس ثابت. تبدیل از تقسیم بر x_n هر دو طرف معادله

$$y_{nk} = \gamma_0 + \gamma_1 x_n + \eta_{nk}$$

تشکیل شده است، در نتیجه:

$$\frac{y_{nk}}{x_n} = \frac{\gamma_0}{x_n} + \gamma_1 + \frac{\eta_{nk}}{x_n}$$

یا به طور معادل

$$z_{nk} = \gamma_1 + \gamma_0 w_n + \varepsilon_{nk}$$

که در آن:

$$z_{nk} = \frac{y_{nk}}{x_n}$$

$$w_n = \frac{1}{x_n}$$

$$\varepsilon_{nk} = \frac{\eta_{nk}}{x_n}$$

مدل جدید می‌تواند همانند ۶-۲ پس از ایجاد جایگزین‌های صحیح اصطلاحات تحلیل شود.

۶-۴-۲ برآوردهای پارامترها

برآوردهای پارامترهای γ_0 ، γ_1 و τ^2 می‌تواند با استفاده از فرمول‌های زیر یا به وسیله اجرای بسته نرم افزاری رگرسیون خطی وزنی همراه با سه ستون به طول برابر به عنوان ورودی، یکی برای y ، یکی برای x و یکی برای ضرایب ($=1/x^2$) به دست آورده شود. خروجی‌های یکسان هم می‌توانند با استفاده از بسته نرم افزاری رگرسیون خطی بدون ضرایب اما همراه با دو ستون ورودی z و w به دست آورده شوند.

$$\hat{\gamma}_0 = \frac{\sum_{n=1}^N (w_n - \bar{w})(z_{n\cdot} - \bar{z})}{\sum_{n=1}^N (w_n - \bar{w})^2}$$

$$\hat{\gamma}_1 = \bar{z} - \hat{\gamma}_0 \bar{w}$$

$$\hat{\tau}^2 = \frac{WSSE}{(NK - 2)}$$

که در آن‌ها:

$$NK = N \times K$$

$$z_{nk} = \frac{y_{nk}}{x_n}$$

$$w_n = \frac{1}{x_n}$$

$$\bar{w} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N w_n$$

$$z_{n\cdot} = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K z_{nk}$$

$$\bar{z} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N z_{n\cdot}$$

$$\hat{z}_n = \hat{\gamma}_1 + \hat{\gamma}_0 w_n$$

$$u_{nk} = z_{nk} - \hat{z}_n$$

$$WSSE = \sum_{n=1}^N \sum_{k=1}^K (u_{nk})^2$$

۳-۴-۶ نمودار تابع کالیبراسیون و باقی مانده‌ها

همانند ۳-۶، دو نمودار توصیه می‌شود:

الف) نمودار تابع کالیبراسیون برآورده شده $\hat{y} = \hat{\gamma}_0 + \hat{\gamma}_1 x$ با داده‌های شکل ۱؛

ب) نمودار باقی مانده‌های وزنی u_{nk} در برابر مقادیر برازش شده وزنی \hat{z}_n .

۵-۶ ارزیابی فقدان برازش تابع کالیبراسیون

۱-۵-۶ کلیات

مقایسه‌ای میان

- تغییرپذیری به علت فقدان برازش مدل انتخاب شده در ۲-۶ یا در ۴-۶ و

- تغییرپذیری خطای مطلق نشان دهنده ناتوانی سیستم نسبت به تکرار اندازه گیری‌ها به طور صحیح پس از ایجاد جدول ANOVA^۱ انجام شود. چنین مقایسه‌ای چون که اندازه گیری‌های هر RM تکرار شده‌اند، ممکن می‌باشد.

انتخاب سطح معناداری α به کاربردهای خاص بستگی دارد و بر عهده کاربر این استاندارد گذاشته شده است.

۲-۵-۶ مدل با انحراف معیار ثابت باقی مانده‌ها (تعریف شده در ۲-۶)

۶-۵-۲-۱ جدول ANOVA نشان داده شده به عنوان جدول ۱ می‌تواند با استفاده از فرمول‌های زیر یا به عنوان خروجی خطی‌ترین بسته‌های نرم افزاری رگرسیون به دست آید.

جدول ۱- جدول ANOVA جهت مقایسه فقدان برازش و خطای مطلق بنا بر فرض انحراف معیار ثابت باقی‌مانده‌ها

نسبت F	SS/DF	مجموع مربعات، SS	درجه آزادی، DF	منبع
$\frac{\hat{\sigma}_1^2}{\hat{\sigma}_p^2}$	$\hat{\sigma}^2 = \frac{SSE}{NK - 2}$	$SSR = SST - SSE$	1	تابع کالیبراسیون
	$\hat{\sigma}_1^2 = \frac{SSE - SSP}{N - 2}$	SSE	$NK - 2$	باقی‌مانده‌ها
	$\hat{\sigma}_p^2 = \frac{SSP}{NK - N}$	SSE - SSP SSP	$N - 2$ $NK - N$	فقدان برازش خطای مطلق
		SST	$NK - 1$	مجموع

$$SST = \sum_{n=1}^N \sum_{k=1}^K (y_{nk} - \bar{y})^2$$

$$SSP = \sum_{n=1}^N \sum_{k=1}^K (y_{nk} - y_n)^2$$

SSE در بند ۶-۲-۲ تعریف شده است.

۶-۵-۲-۲ تغییرپذیری به علت خطای مطلق با $\hat{\sigma}_p^2$ برآورد می‌شود. این تغییرپذیری از مدل $(y = \beta_0 + \beta_1 x)$ برازش شده برای داده‌ها، مستقل است. آزمون تغییرپذیری تعریف شده در ۶-۲-۱ با مقایسه $\hat{\sigma}_1^2 / \hat{\sigma}_p^2$ نسبت به $F_{(1-\alpha)}(N-2; NK-N)$ انجام شود که $F_{(1-\alpha)}(N-2; NK-N)$ ، $(1-\alpha)$ چندک توزیع F با $N-2$ و $NK-N$ درجه آزادی می‌باشد. الف) اگر $\hat{\sigma}_1^2 / \hat{\sigma}_p^2$ از $F_{(1-\alpha)}(N-2; NK-N)$ بزرگتر نباشد، آنگاه هیچ دلیلی برای رد کردن مدل خطی وجود ندارد.

ب) اگر $\hat{\sigma}_1^2 / \hat{\sigma}_p^2$ از $F_{(1-\alpha)}(N-2; NK-N)$ بزرگتر باشد، آنگاه علل بالقوه تغییرپذیری بزرگ به سبب فقدان برازش، نسبت به تغییرپذیری خطای مطلق بایستی تحقیق و بررسی شود. یک علت مشترک نامناسبی فرض خطی تابع کالیبراسیون می‌باشد (به شکل ۲ و ۳ مراجعه نمایید). علت احتمالی دیگر می‌تواند شرایط تحت آزمایش کالیبراسیونی که انجام شده است، باشد (یعنی تکرارهای همسان ممکن است تکرارهای درستی نبوده باشند فقط به جز تکرارهای قرائت‌های یکسان).

۶-۵-۳ مدل با انحراف معیار نسبی باقی‌مانده‌ها (تعریف شده در ۶-۴)

اگر مدل با انحراف معیار نسبی باقی مانده‌ها استفاده شده است، آنگاه جدول ANOVA همان طوری که در شکل ۲ نشان داده شده، ایجاد می‌شود. آزمون یکسان، تفسیر، نتیجه گیری‌ها و ملاحظات را برای $\hat{\tau}_1^2/\hat{\tau}_p^2$ همان طوری که برای $\hat{\sigma}_1^2/\hat{\sigma}_p^2$ در ۶-۲-۵-۲ شرح داده شد، اجرا نمایید.

۶-۶ تبدیل مقادیر اندازه گیری شده بعدی با تابع کالیبراسیون

یک بار آزمایش کالیبراسیون انجام شود، مقادیر اندازه گیری شده کمیت‌های مجهول جدید (در مقابل استانداردهایی که مقادیر معلوم یا پذیرفته شده دارند) به وسیله تابع کالیبراسیون تبدیل خواهند شد. تبدیل این مقادیر اندازه گیری شده تک مقدار x_0^* را نتیجه خواهد داد که مقدار حقیقی کمیت مجهول را برآورد می‌کند. تبدیل به فرض مقرر شده درباره واریانس باقی مانده‌ها بستگی دارد و به شرح ذیل انجام می‌شود. مقدار مجهول جدید p بار اندازه گیری شود، تعداد p اندازه گیری نتایج $y_{01}, y_{02}, \dots, y_{0p}$ را می‌دهد. میانگین \bar{y}_0 این p اندازه گیری به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\bar{y}_0 = \frac{1}{p} \sum_{k=1}^p y_{0k}$$

اگر $p=1$ باشد، آنگاه $\bar{y}_0 = y_{01}$ خواهد بود.

جدول ۲- جدول ANOVA جهت مقایسه فقدان برازش و خطای مطلق بنا بر فرض انحراف معیار نسبی باقی مانده‌ها

نسبت F	SS/DF	مجموع مربعات، SS	درجه آزادی، DF	منبع
$\frac{\hat{\tau}_l^2}{\hat{\tau}_p^2}$	$\hat{\tau}^2 = \frac{WSSE}{NK - 2}$	$WSSR = WSST - WSSE$	1	تابع کالیبراسیون باقی مانده‌ها
	$\hat{\tau}_l^2 = \frac{WSSE - WSSP}{N - 2}$	$WSSE$	$NK - 2$	
	$\hat{\tau}_p^2 = \frac{WSSP}{NK - N}$	$WSSE - WSSP$	$N - 2$	فقدان برازش
		$WSSE$	$NK - N$	خطای مطلق
		$WSST$	$NK - 1$	مجموع
$WSST = \sum_{n=1}^N \sum_{k=1}^K (z_{nk} - \bar{z})^2$ $WSSP = \sum_{n=1}^N \sum_{k=1}^K (z_{nk} - z_{n.})^2$ $WSSE \text{ در بند ۶-۴-۲ تعریف شده است.}$				

الف) اگر مدل با انحراف معیار ثابت باقی مانده‌ها انتخاب شده است، آنگاه

$$x_0^* = \frac{\bar{y}_0 - \hat{\beta}_0}{\hat{\beta}_1}$$

ب) اگر مدل با انحراف معیار نسبی باقی مانده‌ها انتخاب شده است، آنگاه

$$x_0^* = \frac{\bar{y}_0 - \hat{\gamma}_0}{\hat{\gamma}_1}$$

این استاندارد بازه‌های اطمینان، یا یکی یکی (به مرجع [۲] مراجعه نمایید) یا هم‌زمان (به مرجع [۲] مراجعه نمایید)، برای برآوردهای مقادیر مجهول جدید بر پایه آزمایش کالیبراسیون خودش فراهم نمی‌کند. در عوض، این استاندارد روش کنترلی را پیشنهاد می‌کند که از میان سایر مزایا، استخراج بازه‌های اطمینان بر پایه تغییرپذیری مشاهده شده در پایش تعداد کمی RMS طی دوره زمانی، را ممکن می‌سازد.

۷ روش کنترل

۱-۷ کلیات

هنگامی که تابع کالیبراسیون باید برای دوره زمانی تمدید شده مورد استفاده قرار گیرد، اجرای روش کنترلی برای واری واری اعتبار منحنی کالیبراسیون، بعلاوه برای شناسایی و متعاقباً رفع منابع تغییرات نامطلوب، ارزشمند می‌باشد. روش کنترل به طور منظم سیستم اندازه‌گیری را به منظور آشکارسازی سریع زمانی که سیستم به طور بی‌قاعده رفتار می‌کند یا آشکار سازی تغییرها پایش می‌کند، بنابراین به طور بالقوه ایجاد تابع کالیبراسیون اگر که مضر نباشد، بی‌فایده است.

آشکارسازی با پایش مقادیر اندازه‌گیری شده (پس از تبدیل‌ها به وسیله تابع کالیبراسیون) مجموعه‌ای از m عدد RMS همراه با تکنیک نمودار کنترل به دست می‌آید.

یادآوری ۶- این رویکرد در توسعه نمودار کنترلی مرسوم در استانداردهای ISO 7870[6] و ISO 8258[7] شرح داده شده است.

نمودار کنترل ابتدا از داده‌های گردآوری شده در جریان آزمایش کالیبراسیون برقرار شود. سپس نمودار کنترل برای تصمیم‌گیری در مورد اینکه آیا تابع کالیبراسیون نیاز دارد که دوباره برآورد شود، مورد استفاده قرار گیرد. همان نمودار کنترل برای برآورد عدم قطعیت اندازه‌گیری‌ها پس از اینکه آن‌ها با تابع کالیبراسیون تبدیل شده باشند، نیز استفاده می‌شود.

۲-۷ محاسبه حدود بالایی و پایینی کنترل

۱-۲-۷ مدل با انحراف معیار ثابت باقی مانده‌ها

حد بالایی کنترل U_d و حد پایینی کنترل L_d را به صورت زیر محاسبه نمایید

$$U_d = \frac{\hat{\sigma}}{\hat{\beta}_1} t_{(1-\zeta/2)}(NK - 2)$$

$$L_d = -\frac{\hat{\sigma}}{\hat{\beta}_1} t_{(1-\zeta/2)}(NK-2)$$

که در آنها:

$\hat{\sigma}$ ریشه دوم برآورد $\hat{\sigma}^2$ به دست آمده از آزمایش کالیبراسیون (به ۲-۲-۶ مراجعه نمایید)؛

$NK-2$ عدد درجه آزادی مربوط به برآورد $\hat{\sigma}^2$ (به ۵-۶ مراجعه نمایید)؛

$\hat{\beta}_1$ برآورد β_1 به دست آمده از آزمایش کالیبراسیون (به ۲-۲-۶ مراجعه نمایید)؛

α سطح معناداری انتخاب شده برای نمودار کنترل؛

$t_{(1-\zeta/2)}(NK-2)$ چندک توزیع t با $NK-2$ درجه آزادی؛ یعنی $p[t > t_{(1-\zeta/2)}(NK-2)]$

ζ سطح معناداری مربوط به هر RM منفرد با حدود U_d و L_d چنان که معناداری کلی

α برای m عدد RMs به طور هم‌زمان به دست آورده شود؛

ζ (برای مقادیر کوچک α) به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\zeta = 1 - \exp\left(\frac{\ln(1-\alpha)}{m}\right) \approx \frac{\alpha}{m}$$

(ب) حدود U_d و L_d را بر روی نمودار کنترل رسم نمایید.

۲-۲-۷ مدل با انحراف معیار نسبی باقی‌مانده‌ها

الف) حد بالایی کنترل U_c و حد پایینی کنترل L_c را به صورت زیر محاسبه نمایید:

$$U_c = \frac{\hat{\tau}}{\hat{\gamma}_1} t_{(1-\zeta/2)}(NK-2)$$

$$L_c = -\frac{\hat{\tau}}{\hat{\gamma}_1} t_{(1-\zeta/2)}(NK-2)$$

که در آنها:

$\hat{\tau}$ ریشه دوم برآورد $\hat{\tau}^2$ به دست آمده از آزمایش کالیبراسیون (به ۲-۴-۶ مراجعه نمایید)؛

$NK-2$ عدد درجه آزادی مربوط به برآورد $\hat{\tau}^2$ (به ۵-۶ مراجعه نمایید)؛

$\hat{\gamma}_1$ برآورد γ_1 به دست آمده از آزمایش کالیبراسیون (به ۲-۴-۶ مراجعه نمایید)؛

یادآوری ۷- α ، $t_{(1-\zeta/2)}(NK-2)$ و ζ در ۱-۲-۷ الف) تعریف شده‌اند.

(ب) حدود U_c و L_c را بر روی نمودار کنترل رسم نمایید.

۳-۷ گردآوری و رسم نمودار داده‌ها

۷-۳-۱ m عدد RMS را انتخاب نمایید چنان که مقادیر پذیرفته شده آن‌ها گستره مقادیر مواجه شده تحت شرایط بهره برداری عادی سیستم اندازه گیری را پوشش دهد. حداقل دو RMS مورد نیاز است. سه RMS توصیه می‌شود. استفاده از RMS که متفاوت از آن‌هایی باشند که در جریان آزمایش کالیبراسیون استفاده شدند، برتری دارد اما اجباری نیست.

۷-۳-۲ به طور منظم (برای مثال یک بار در روز یا یک بار هر شیفت)، یک اندازه گیری روی هر یک از این m RMS انجام دهید.

۷-۳-۳ مقادیر تبدیل یافته هر یک از این m RMS را به دست آورید (به ۶-۶ مراجعه نمایید). این مقادیر تبدیل یافته به صورت x_i^* برای $i = 1, \dots, m$ نشان داده می‌شوند.

۷-۳-۴ اختلاف‌های d_i میان مقادیر تبدیل یافته x_i^* و مقادیر پذیرفته شده این RMS، x_i را به صورت زیر محاسبه نمایید:

$$d_i = x_i^* - x_i$$

۷-۳-۵ اگر مدل کالیبراسیون انحراف معیار ثابت باقی‌مانده‌ها را فرض می‌کند، اجازه دهید که اختلاف‌های d_i به عنوان مقادیر کنترلی ارجاع داده شوند.

اگر مدل کالیبراسیون انحراف معیار نسبی باقی‌مانده‌ها را فرض می‌کند، اختلاف‌های d_i را با تقسیم آن‌ها بر x_i

نرمالیزه نمایید. اجازه دهید مقادیر به دست آمده c_i به عنوان مقادیر کنترلی ارجاع داده شوند که

$$c_i = \frac{x_i^* - x_i}{x_i}$$

۷-۳-۶ مقادیر کنترلی مقتضی (d_i یا c_i) را در برابر زمان که در آن m RMS اندازه گیری می‌شوند بر روی نمودار کنترل رسم نمایید. شکل ۴ نمودار کنترل را برای مدل انحراف معیار ثابت باقی‌مانده‌ها نشان می‌دهد. نمودار کنترل مشابهی می‌توان برای مدل انحراف معیار نسبی باقی‌مانده‌ها رسم نمود (به شکل ۱۲ مراجعه نمایید).

۷-۴ تصمیم درباره وضعیت سیستم

اگر یک یا مقادیر بیشتری از d_i برای مدلی با انحراف معیار ثابت باقی‌مانده‌ها خارج از حدود کنترلی U_d و L_d قرار بگیرد، سیستم در آن زمان خارج از کنترل اعلام می‌شود. m RMS بایستی دوباره اندازه گیری شود. اگر حداقل یکی از اندازه گیری‌های جدید RMS هنوز خارج از حدود باشد، تحقیق و بررسی در مورد این نقطه باید جهت تعیین علت مشکل انجام شود. با اطمینان از ماهیت مشکل، تابع کالیبراسیون ممکن است لازم باشد تا از آزمایش کالیبراسیون جدیدی دوباره برآورد شود.

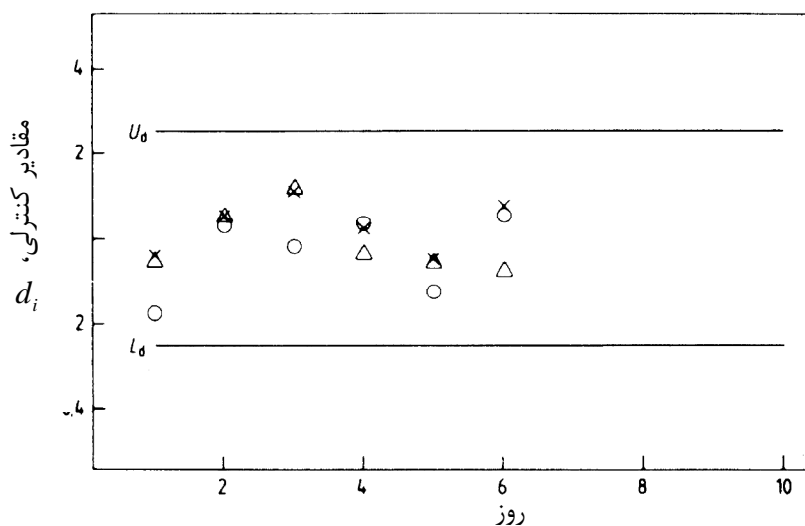
همان نتیجه گیری‌ها برای مدلی با انحراف معیار نسبی باقی‌مانده‌ها با مقایسه مقادیر c_i نسبت به حدود U_c و L_c به دست آورده می‌شود.

۷-۵ برآورد عدم قطعیت مقادیر تبدیل یافته

۷-۵-۱ برآورد طی دوره اعتبار تابع کالیبراسیون معین

برای تابع کالیبراسیون تحت روش کنترلی، عدم قطعیت مقادیر تبدیل یافته با واریانس ادغام شده مقادیر کنترلی دو RMs (از روی m RMs انتخاب شده برای روش کنترلی) با کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین مقدار، تقریب زده می‌شود. این موضوع به وسیله این امر توضیح داده می‌شود که مقادیر تبدیل یافته در انتهای گستره مقادیر مواجه شده در جریان آزمایش کالیبراسیون مورد انتظار است تا از آن‌هایی که در وسط آن گستره هستند واریانس بزرگ‌تری داشته باشد. بنابراین بازه اطمینان مقدار تبدیل یافته استخراج شده از تغییرپذیری دو RMs کرانی برای مقادیر در انتهای گستره کاربردها تقریباً صحیح می‌باشد و برای مقادیر در میان آن گستره محافظه کارانه است.

جهت محاسبه چنین بازه اطمینانی روش اجرایی ارائه شده در ۷-۵-۱-۱ برای مدل مقتضی (انحراف معیار ثابت یا نسبی باقی‌مانده‌ها) انجام دهید.



راهنما: \times RM با مقدار کم، Δ RM با مقدار بالا، O RM با مقدار میانی

شکل ۴- طرح کلی نمودار کنترل جهت صحه گذاری به منحنی کالیبراسیون بنا بر فرض انحراف استاندارد ثابت باقی‌مانده‌ها

۷-۵-۱-۱ مدل با انحراف معیار ثابت باقی‌مانده‌ها

فرض کنید d_{ij} و d_{mj} مقادیر کنترلی کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین RMS باشند که z زمانی را که اندازه‌گیری‌ها انجام شدند، نشان می‌دهد. آنگاه طی دوره زمان‌های z که سیستم اندازه‌گیری در وضعیت کنترل آماری است، انحراف معیار مقدار تبدیل یافته با فرمول زیر تقریب زده شود:

$$\hat{\sigma}_{cal} = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^J (d_{ij}^2 + d_{mj}^2)}{2J}}$$

با درجه‌های آزادی $2J$.

بازه اطمینان تقریبی برای مقدار حقیقی مجهول کمیت برآورد شده به وسیله مقدار تبدیل یافته x_0^* (بر گرفته از p اندازه‌گیری انجام شده طی دوره کوتاه زمانی) با سطح اطمینان $(1-\alpha)$ به صورت زیر به دست آورده شود:

$$x_0^* \pm \hat{\sigma}_{cal} t_{(1-\alpha/2)}(2J)$$

که در آن $t_{(1-\alpha/2)}(2J)$ ، $(1-\alpha/2)$ - چندک توزیع t با درجه‌های آزادی $2J$ است.

۷-۵-۱-۲ مدل با انحراف معیار نسبی باقی‌مانده‌ها

فرض کنید c_{ij} و c_{mj} مقادیر کنترلی بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین RMS باشند که z زمانی را که در آن اندازه‌گیری انجام شده است را نشان می‌دهد. آنگاه طی دوره زمان‌های z که سیستم اندازه‌گیری در وضعیت کنترل آماری است، ضریب تغییرات مقدار تبدیل یافته با فرمول زیر تقریب زده شود:

$$\hat{t}_{cal} = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^J (c_{ij}^2 + c_{mj}^2)}{2J}}$$

با درجه‌های آزادی $2J$.

بازه اطمینان تقریبی برای مقدار حقیقی مجهول کمیت برآورد شده به وسیله مقدار تبدیل یافته x_0^* (بر گرفته از p اندازه‌گیری انجام شده طی دوره کوتاه زمانی) با سطح اطمینان $(1-\alpha)$ به صورت زیر به دست آورده شود:

$$x_0^* \pm \hat{t}_{cal} t_{(1-\alpha/2)}(2J) x_0^*$$

که در آن $t_{(1-\alpha/2)}(2J)$ ، $(1-\alpha/2)$ - چندک توزیع t با درجه‌های آزادی $2J$ است.

۷-۵-۲ برآورد طی دوره‌ای که کالیبراسیون مجدد را شامل می‌شود.

برای تضمین اینکه تغییر پذیری به دلیل روش اجرایی کالیبراسیون در بیان عدم قطعیت یک مجموعه انتخابی از مقادیر کنترلی (d_{ij}, d_{mj}) یا (c_{ij}, c_{mj}) از هر دوره کالیبراسیون به حساب آورده شود و همان فرمول $\hat{\sigma}_{cal}$ یا \hat{t}_{cal} را استفاده نمایید که z در اینجا تعداد کالیبراسیون‌های مجدد می‌باشد.

۸ دو روش جایگزین برای روش پایه

۱-۸ کلیات

تحت شرایط خاص، دو روش جایگزین می‌تواند برای کالیبره فرآیند اندازه‌گیری استفاده شود. این دو روش در واقع موارد خاصی از روش پایه هستند که در آن‌ها فقط یکی از دو RMS استفاده می‌شود. روش کالیبراسیون تک نقطه‌ای تکنیک سریعی است که به شخص اجازه می‌دهد تا سیستم اندازه‌گیری را هنگامی که هیچ تردیدی درباره خطی بودن تابع کالیبراسیون وجود ندارد، "دوباره کالیبره" نماید. روش براکتینگ تکنیکی کاربر است که تعیین مقدار کمیت مجهول را با دقت بالا و با حداقل مجموعه فرض‌ها، ممکن می‌سازد.

۲-۸ روش کالیبراسیون تک نقطه‌ای

۱-۲-۸ کلیات

این روش برای کالیبراسیون مجدد سریع هنگامی که هیچ تردیدی درباره خطی بودن تابع کالیبراسیون بر روی گستره معین $[0, \dots, M]$ وجود ندارد، مفید می‌باشد. برای حصول اطمینان از اینکه کمیت مجهول با مقدار حقیقی صفر به همان اندازه صفر اندازه‌گیری شود، "نقطه صفر" به وسیله تنظیم برخی از صفحه‌های مدرج به دست آورده شود. فقط یک خالی (کمیت با مقدار حقیقی صفر) و یک RM در این روش استفاده شود.

می‌تواند یادآوری شود که از نظر پیشینه این روش، کالیبراسیون تک نقطه‌ای نامیده شده است اما در واقع کالیبراسیون دو نقطه‌ای انجام شده با یک خالی و یک RM می‌باشد. این به اصطلاح "کالیبراسیون تک نقطه‌ای" به دلیل حالت تردید در نقطه صفر، روشی ضعیف و نامطمئن می‌باشد. این روش نایستی برای مقاصد کالیبراسیون توصیه شود اما اصولاً برای واریس تابع کالیبراسیون خطی موجود توصیه می‌شود.

۲-۲-۸ فرض‌ها

فرض شود که :

الف) هیچ خطایی در مقدار پذیرفته شده تک RM و خالی استفاده شده با این روش وجود ندارد (فرض آزمون نشده است)؛

ب) تابع کالیبراسیون بر روی گستره $[0, \dots, M]$ خطی است (فرض آزمون نشده است)؛

پ) انحراف معیار باقی‌مانده‌ها ثابت است (فرض آزمون نشده است)؛

۳-۲-۸ آزمایش کالیبراسیون تک نقطه‌ای

الف) شرایط آزمایش: شرایط آزمایش بایستی همان شرایط بهره‌برداری عادی سیستم اندازه‌گیری باشد.
ب) انتخاب RM: تک RM به کار رفته در آزمایش بایستی مقدار پذیرفته شده‌ای بزرگتر (تا آنجا که ممکن است) از مقادیر مواجه شده طی شرایط عادی سیستم اندازه‌گیری داشته باشد.

پ) تعداد تکرارها: RM بایستی حداقل دو بار اندازه گیری شود.

۴-۲-۸ برآورد تابع کالیبراسیون

۱-۴-۲-۸ مدل

این مدل مشابه یکی از مدل‌های پایه‌ای با واریانس ثابت باقی‌مانده‌ها تعریف شده در بند ۱-۲-۶ است اما بدون عرض از مبدا می‌باشد. این مدل به صورت زیر است.

$$y_k = \beta x + \varepsilon_k$$

که در آن:

x	مقدار پذیرفته تک RM به کار رفته؛
y_k	kامین اندازه گیری آن RM (k=1, ..., K)؛
ε_k	انحراف بین y_k و مقدار مورد انتظار اندازه گیری RM (این انحرافها فرض می‌شوند که مستقل باشند و با میانگین صفر و واریانس σ^2 به طور نرمال توزیع شده‌اند)؛
σ^2 و β	دو پارامتری که باید از داده‌های گردآوری شده در جریان آزمایش برآورد شوند.

۲-۴-۲-۸ برآوردهای σ^2 و β

این برآوردها از فرمول‌های زیر به دست می‌آیند:

$$\hat{\beta} = \frac{\bar{y}}{x}$$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{K-1} \sum_{k=1}^K (y_k - \bar{y})^2$$

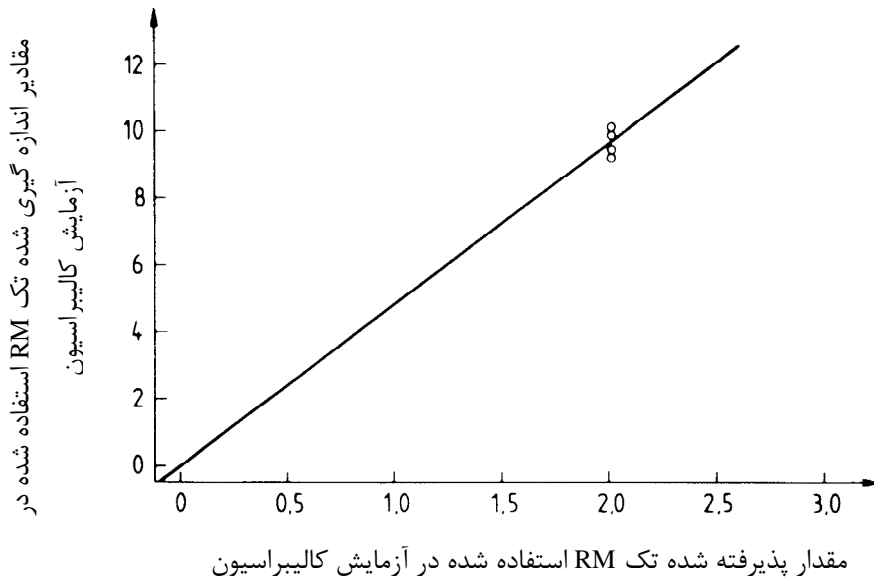
که در آن‌ها:

$$\bar{y} = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K y_k$$

۳-۴-۲-۸ نمودار داده‌ها

نمودار داده‌های گردآوری شده در جریان آزمایش، در شکل ۵ نشان داده شده‌اند.

نمودار نشان داده شده به صورت شکل ۵ شناسایی بصری نقاط دورافتاده را برای تحقیق و بررسی ممکن می‌سازد. آن همچنین تابع کالیبراسیون خطی را که به گذشتن از مبدا مختصات ملزم شده، نمایش می‌دهد.



شکل ۵ - نمودار شماتیک داده‌ها در آزمایش کالیبراسیون تک نقطه‌ای

۸-۲-۵ تبدیل اندازه‌گیری‌های بعدی با تابع کالیبراسیون

اگر کمیت مجهول p بار اندازه‌گیری شود، p اندازه‌گیری به نتایج $y_{01}, y_{02}, \dots, y_{0p}$ منجر می‌شود. میانگین \bar{y}_0 این p اندازه‌گیری به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\bar{y}_0 = \frac{1}{p} \sum_{k=1}^p y_{0k}$$

اگر $p=1$ باشد آنگاه $\bar{y}_0 = y_{01}$. تبدیل این اندازه‌گیری‌ها تک مقداری را که به صورت زیر نمایش داده می‌شود، نتیجه خواهد داد.

$$x_0^* = \bar{y}_0 / \hat{\beta}$$

یادآوری ۸- اصولاً، خالی^۱ همیشه مقدار حقیقی صفر ندارد اما در عوض مقدار پذیرفته شده x_b را دارد که برای داشتن اندازه y_b معلوم است. اگر x_b ناچیز نباشد، روش کالیبراسیون تک نقطه‌ای شرح داده شده در بند ۸-۲-۳ می‌تواند با توافق‌های زیر به کار برده شود:

الف) خالی را اندازه‌گیری نمایید و صفحه‌های مدرج دستگاه اندازه‌گیری را برای قرائت y_b تنظیم نمایید.

ب) تک RM استفاده شده را اندازه‌گیری نمایید همان طوری که در مورد خالی با مقدار صفر انجام دادید.

پ) مدل به صورت زیر در می‌آید

$$y_k - y_b = \beta(x - x_b) + \varepsilon_k$$

ت) β به صورت زیر برآورد می‌شود

$$\hat{\beta} = (\bar{y} - y_0) / (x - x_0)$$

ث) برآورد σ^2 تغییر داده نمی‌شود.

ج) برآورد مقدار حقیقی کمیت مجهول p بار اندازه گیری شده $(y_{01}, y_{02}, \dots, y_{0p})$ به صورت زیر است

$$x_0^* = x_b + (\bar{y}_0 - y_b) / \hat{\beta}$$

۳-۸ تکنیک براکتینگ

۱-۳-۸ کلیات

این روش زمانی که درباره خطی بودن تابع کالیبراسیون بر روی گستره کامل مقادیر مواجه شده در طی بهره برداری عادی سیستم اندازه گیری تردید وجود دارد، سودمند است. این روش زمانی که درباره پایداری فرایند اندازه گیری نگرانی وجود داشته باشد نیز سودمند است. قاعده کلی این روش کاهش هر چه بیشتر بازه‌ای است که بر روی آن خطی بودن تابع کالیبراسیون فرض شده است. این امر به احاطه هر چه تنگ‌تر (یا براکتینگ) مقدار کمیت مجهول توسط دو مقدار از مواد مرجع (RMS) منتهی می‌شود. به دلیل احاطه تنگ هر کمیت مجهول توسط دو RMS و به دلیل دوره کوتاه زمانی مورد نیاز برای این روش اجرایی (زمان برای اندازه گیری کمیت مجهول و دو RMS)، تکنیک براکتینگ موجب درستی بیشتری در تعیین مقدار تبدیل یافته کمیت مجهول می‌شود. کمیت مجهول و دو RMS با هم اندازه گیری شوند. مقدار کمیت مجهول به طور مستقیم بر مبنای درون یابی خطی میان دو مقدار دو RMS برآورد شود.

۲-۳-۸ فرض‌ها

برای اینکه فقط دو RMS مورد استفاده قرار می‌گیرد تکنیک براکتینگ واریسی هیچ کدام از فرض‌ها زیر را مد نظر قرار نمی‌دهد:

الف) اینکه هیچ خطایی در مقادیر پذیرفته شده RMS وجود ندارد؛

ب) اینکه تابع کالیبراسیون در میان دو RMS خطی است؛

ج) اینکه انحراف معیار باقی‌مانده‌ها ثابت است.

۳-۳-۸ آزمایش براکتینگ

الف) شرایط آزمایش: شرایط آزمایش بایستی به نحوی باشد که تغییرپذیری در میان اندازه گیری‌های RMS یکسان تا حد امکان کوچک باشد.

ب) انتخاب RMS: گستره مقادیر پدید آمده به وسیله دو RMS بایستی تا حد امکان کوچک باشد و باید مقدار کمیت مجهولی که باید مورد اندازه گیری قرار گیرد را شامل شود.

پ) تعداد RMS: برای هر کمیت مجهول دو RMS مورد استفاده قرار می‌گیرد.

پ) تعداد تکرارها: هر دو RMS و کمیت مجهول بایستی حداقل دو بار اندازه گیری شوند.

۴-۳-۸ برآورد کمیت مجهول

۱-۴-۳-۸ مدل

این مدل مشابه مدل روش پایه با انحراف معیار ثابت باقی مانده‌ها است.
یعنی

$$y_{ik} = \beta_0 + \beta_1 x_i + \varepsilon_{ik}$$

که در آن:

i اندیسی است که به هر دو RMS ($i = 1, 2$) و نیز به کمیت مجهول ($i = 0$) اشاره می‌کند؛
 x_1 و x_2 مقادیر پذیرفته شده RMS؛
 x_0 مقدار حقیقی مجهول کمیت مجهول؛
 y_{1k}, y_{2k} و y_{0k} اندازه گیری‌های دو RMS و کمیت مجهول، به ترتیب ($k=1, \dots, K$)

ε_{ik} انحراف در بین y_{ik} و مقدار مورد انتظار اندازه گیری RM یا کمیت مجهول (به مقدار i بستگی دارد)، (این انحراف‌ها فرض می‌شوند که با میانگین صفر و واریانس σ^2 به طور تصادفی توزیع شده باشد)؛

β_0, β_1, x_0 و σ^2 چهار پارامتری که باید از داده‌های گردآوری شده در طی آزمایش براکتینگ برآورد شوند: (هیچ بهره‌ای در β_0 و β_1 وجود ندارد به جز اینکه بر پارامتر x_0 تاثیر می‌گذارند).

۸-۳-۴-۲ برآورد x_0 و واریانس باقی مانده‌ها σ^2

با استفاده از فرمول‌های زیر محاسبه می‌شوند:

$$\hat{x}_0 = \frac{x_2(\bar{y}_0 - \bar{y}_1) - x_1(\bar{y}_0 - \bar{y}_2)}{\bar{y}_2 - \bar{y}_1}$$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{\sum_{k=1}^K (y_{1k} - \bar{y}_1)^2 + \sum_{k=1}^K (y_{2k} - \bar{y}_2)^2 + \sum_{k=1}^K (y_{0k} - \bar{y}_0)^2}{3(K-1)}$$

که در آن:

$$\bar{y}_i = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K y_{ik}$$

$$i = 0, 1, 2$$

وقتی که

۹ مثال

۹-۱ کلیات

این مثال روش پایه برآورد تابع کالیبراسیون خطی برای سیستم اندازه گیری و روش کنترلی برای پایش همان سیستم اندازه گیری را توضیح می‌دهد. این مثال بر مبنای مرجع [8] است.

اندازه گیری‌های فاصله خطوط در فتوماسک‌های مدارهای مجتمع در گستره $0.5 \mu\text{m}$ تا $12 \mu\text{m}$ می‌تواند با سیستم ارائه تصویر نوری (میکروسکوپ نوری تجهیز شده با متعلقات اندازه گیری) انجام شود. چنین سیستمی می‌تواند با استفاده از ماده استاندارد مرجع SRM-474^۱ که توسط انجمن ملی استانداردها و تکنولوژی^۲ (NIST) صادر شده، کالیبره شود. SRM-474 (از جمله سایر موارد) ردیفی از ده فاصله گذاری را که به طور تصادفی در گستره $0.5 \mu\text{m}$ تا $12 \mu\text{m}$ تعبیه شدند، شامل می‌شود.

این مثال آزمایش کالیبراسیون انجام شده بر روی سیستم ارائه تصویر نوری را شرح می‌دهد. هر یک از ده فاصله خطوط استاندارد چهار بار اندازه گیری شد. این تکرارها جهت حصول اطمینان از استقلال در میان اندازه گیری‌ها، در بازه دو هفته‌ای فاصله گذاری شدند. داده‌های نمایش داده شده در جدول ۳ از چهار ($K = 4$) تکرار اندازه گیری‌ها بر روی ده ($N = 10$) فاصله خطوط برای NIST که مقادیر پذیرفته شده را ارائه می‌دهد، تشکیل یافته است.

۲-۲-۹ نمودار داده‌ها

نمودار داده‌های گردآوری شده در مدت آزمایش، همان طوری که در شکل ۶ نشان داده شده، نقاط برون افتاده آشکار و رفتار غیر معمول سیستم در طی آزمایش کالیبراسیون را شناسایی نمی‌کند. این موضوع فرض خطی بودن تابع کالیبراسیون را تایید می‌کند و موجب شبهه راجع به فرض انحراف معیار ثابت باقی‌مانده‌ها می‌شود، نظر به این که پراکندگی داده‌ها برای NIST معین به نظر می‌رسد با مقدار آن NIST اندکی افزایش می‌یابد.

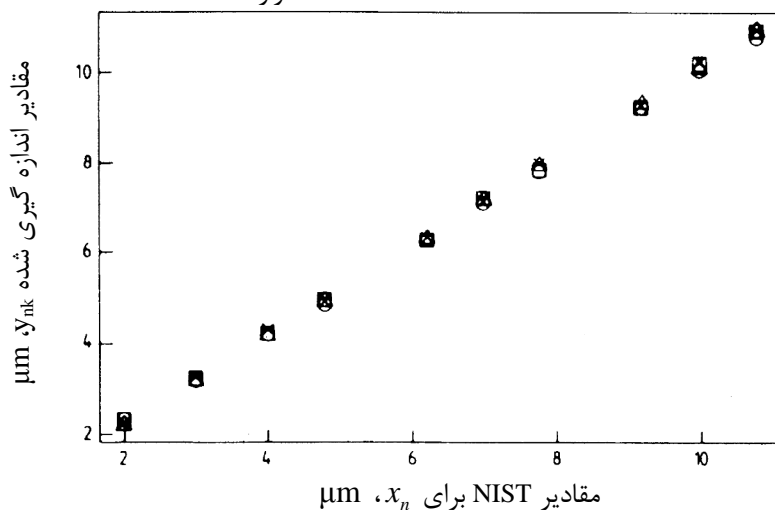
1 - Standard Reference Material

2 - National Institute of Standards and Technology

جدول ۳ - آزمایش کالیبراسیون برای فاصله خطوط
(مقادیر بر حسب میکرومتر)

مقدار اندازه گیری شده				مقدار NIST
تکرار ۴	تکرار ۳	تکرار ۲	تکرار ۱	
y_{n4}	y_{n3}	y_{n2}	y_{n1}	x_n
۶,۲۸	۶,۳۱	۶,۲۷	۶,۳۱	۶,۱۹
۹,۲۳	۹,۳۴	۹,۲۱	۹,۲۷	۹,۱۷
۲,۲۰	۲,۲۲	۲,۱۹	۲,۲۱	۱,۹۹
۷,۸۴	۷,۹۵	۷,۸۱	۸,۰۰	۷,۷۷
۴,۱۵	۴,۱۵	۴,۱۵	۴,۲۷	۴,۰۰
۱۰,۸۹	۱۰,۹۲	۱۰,۷۳	۱۰,۹۳	۱۰,۷۷
۵,۰۰	۵,۰۰	۴,۸۷	۴,۹۵	۴,۷۸
۳,۲۱	۳,۲۱	۳,۱۷	۳,۲۴	۲,۹۹
۷,۲۰	۷,۱۸	۷,۰۷	۷,۱۴	۶,۹۸
۱۰,۱۷	۱۰,۰۷	۱۰,۰۲	۱۰,۲۳	۹,۹۸

- × تکرار ۱
- △ تکرار ۲
- تکرار ۳
- تکرار ۴



شکل ۶ - داده‌های گردآوری شده در طی آزمایش کالیبراسیون برای فاصله خطوط

۳-۲-۹ برآورد تابع کالیبراسیون خطی بنا بر فرض انحراف معیار ثابت باقی مانده‌ها

فرمول ارائه شده در بند ۶-۲-۲ منجر به نتایج زیر می‌شود:

$$\text{الف) } N = 10, K = 4$$

$$\text{ب) } \bar{x} = 6.462$$

پ) y_i همان طوری است که در جدول ۴ ارائه شده است.

$$\bar{y} = 6.614 \text{ (ت)}$$

$$SSE = 0.1462 \text{ (ث)}$$

$$\hat{\beta}_1 = 0.9870 \text{ (ج)}$$

$$\hat{\beta}_0 = 0.2358 \text{ (ح)}$$

$$\hat{\sigma}^2 = 0.0038 \text{ (خ)}$$

تابع کالیبراسیون به صورت زیر است:

$$\hat{y} = 0.2358 + 0.987x$$

مقادیر برازش شده \hat{y}_n با جایگزین کردن x در این فرمول با مقادیر NIST، x_n لیست شده در جدول ۳ به دست آید.

باقی مانده‌ها به صورت زیر به دست آید:

$$e_{nk} = y_{nk} - \hat{y}_n$$

این باقی مانده‌ها در جدول ۵ لیست شده‌اند.

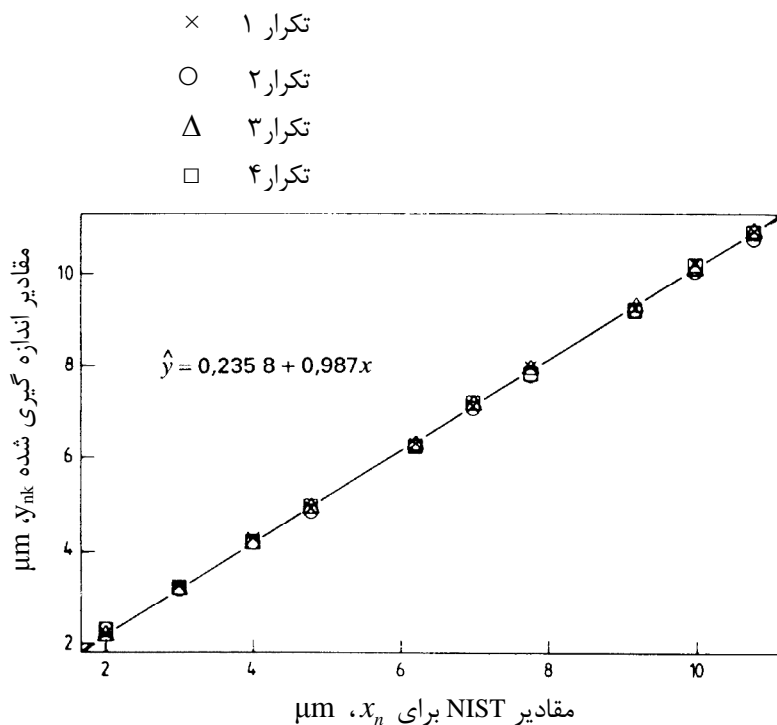
جدول ۴ - مقادیر y_i

۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱	i
۱۰/۱۲	۷/۱۴۸	۳/۲۰۸	۴/۹۵۵	۱۰/۸۶۸	۴/۱۸۰	۷/۹۰۰	۲/۲۰۵	۹/۲۶۳	۶/۲۹۲	y_i

جدول ۵ - کالیبراسیون خطی بنا بر فرض انحراف معیار ثابت باقی مانده‌ها

(مقادیر بر حسب میکرومتر)

مقدار باقی مانده‌ها				مقدار برازش شده	مقدار NIST
e_{n4}	e_{n3}	e_{n2}	e_{n1}	\hat{y}_n	x_n
-۰/۰۶۵۵	-۰/۰۳۵۵	-۰/۰۷۵۵	-۰/۰۳۵۵	۶/۳۴۵۵	۶/۱۹
-۰/۰۵۶۹	۰/۰۵۳۱	-۰/۰۷۶۹	-۰/۰۱۶۹	۲/۲۸۶۹	۹/۱۷
۰/۰۰۰۰	۰/۰۲۰۰	-۰/۰۱۰۰	۰/۰۱۰۰	۲/۲۰۰۰	۱/۹۹
-۰/۰۶۵۰	۰/۰۴۵۰	-۰/۰۹۵۰	۰/۰۹۵۰	۷/۹۰۵۰	۷/۷۷
-۰/۰۳۳۹	-۰/۰۳۳۹	-۰/۰۳۳۹	۰/۰۸۶۱	۴/۱۸۳۹	۴/۰۰
۰/۰۲۳۸	۰/۰۵۳۸	-۰/۱۳۶۲	۰/۰۶۳۸	۱۰/۸۶۶۲	۱۰/۷۷
۰/۰۴۶۲	۰/۰۴۶۲	-۰/۰۸۳۸	-۰/۰۰۳۸	۴/۹۵۳۸	۴/۷۸
۰/۰۲۳۰	۰/۰۲۳۰	-۰/۰۱۷۰	۰/۰۵۳۰	۳/۱۸۷۰	۲/۹۹
۰/۰۷۴۷	۰/۰۵۴۷	-۰/۰۵۵۳	۰/۰۱۴۷	۷/۱۲۵۳	۶/۹۸
۰/۰۸۳۶	-۰/۰۱۶۴	-۰/۰۶۶۴	۰/۱۴۳۶	۱۰/۰۸۶۴	۹/۹۸



شکل ۷- منحنی کالیبراسیون برای فاصله خطوط بنابر فرض انحراف استاندارد ثابت باقیمانده‌ها

۹-۲-۴ نمودارهای تابع کالیبراسیون و باقی‌مانده‌ها

نمودار تابع کالیبراسیون (شکل ۷) تایید می‌کند که تابع کالیبراسیون خطی، مناسب به نظر می‌رسد. نمودار باقی‌مانده‌ها (شکل ۸) نشان می‌دهد که تکرار ۲ به طور مداوم از سایر تکرارها مقادیر باقی‌مانده‌ها کمتری دارد. این مقادیر باقی‌مانده‌ها کم می‌تواند با داده‌های اصلی در جدول ۳ ردیابی شوند که به طور مداوم برای تکرار ۲ کمتر از سایر تکرارها هستند. هیچ توضیح مشخصی برای این رویداد پیدا نشد و داده‌های ناشی از تکرار ۲ به عنوان نمایانگر رفتار سیستم اندازه‌گیری تحت شرایط بهره‌برداری عادی، نگاه داشته شدند.

مدل پیچیده‌تری از دو مدل پیشنهاد شده به ترتیب در بندهای ۶-۲-۱ و ۶-۴-۱ می‌تواند جهت تحلیل این داده‌ها به منظور مورد مطالعه قرار دادن تفاوت‌های سیستماتیک در میان تکرارها، استفاده شود. به خاطر سادگی و برای تشریح روش‌های پایه‌ای و کنترلی، این اثر چشم‌پوشی خواهد شد و استراتژی موجود و مدل‌های مربوط دنبال خواهد شد.

شکل ۸ همچنین نشان می‌دهد که فرض انحراف معیار ثابت باقی‌مانده‌ها به نظر نمی‌رسد که صدق کند. این نظریه با شکل ۹ که نمودار انحراف معیار اندازه‌گیری‌های تکرار شده RM در برابر مقادیر پذیرفته شده RM را نشان می‌دهد، تایید شده است.

۹-۲-۵ برآورد تابع کالیبراسیون بنا بر فرض انحراف معیار نسبی باقی‌مانده‌ها

تابع کالیبراسیون را بنا بر فرض انحراف معیار نسبی باقی مانده‌ها برآورد نمایید و نمودار تابع کالیبراسیون و باقی مانده‌ها را رسم نمایید.

فرمول ارائه شده در بند ۶-۴-۲ منجر به نتایج زیر می‌شود:

الف) $N = 10, K = 4$

ب) $\bar{w} = 0.203$

پ) $z_{\hat{y}}$ همان طوری است که در جدول ۶ ارائه شده است.

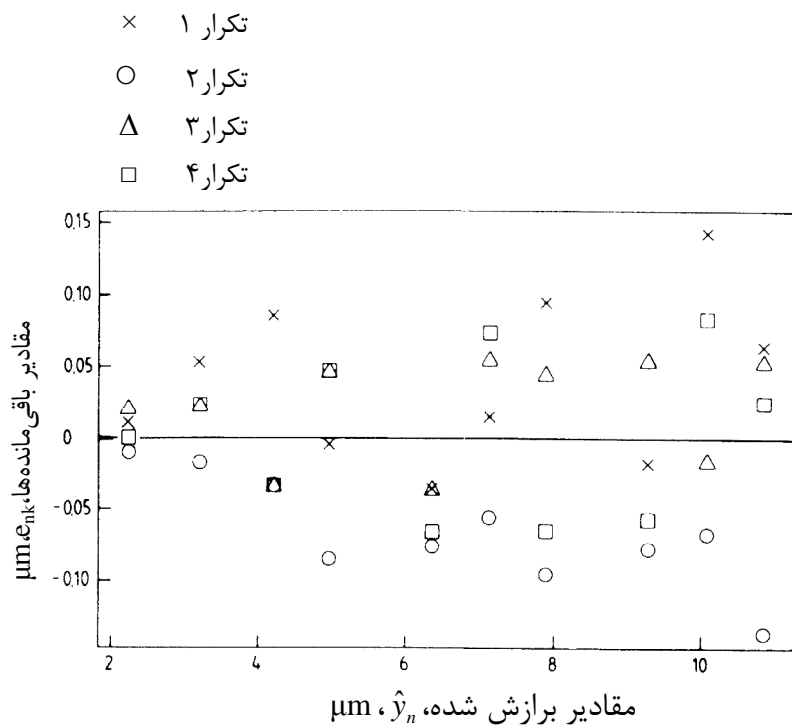
ت) $\bar{z} = 1.035$

ث) $WSSE = 0.0034$

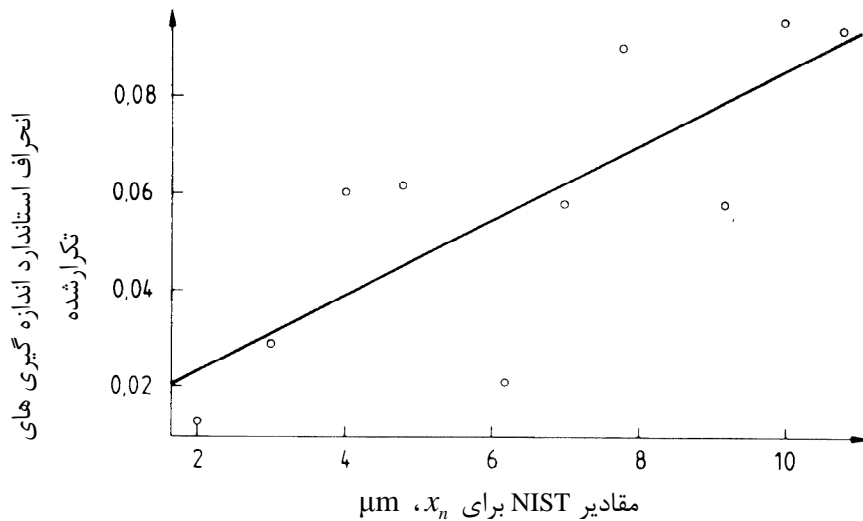
ج) $\hat{y}_1 = 0.9851$

ح) $\hat{y}_0 = 0.2469$

خ) $\hat{t}^2 = 0.889 \times 10^{-4}$



شکل ۸- باقی مانده‌ها در برابر مقادیر برازش شده برای فاصله خطوط بنا بر فرض انحراف استاندارد ثابت



شکل ۹- انحراف استانداردهای اندازه گیری های تکرار شده برای فاصله خطوط در برابر مقادیر NIST

جدول ۶- مقادیر z_i

۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱	i
۱,۰۱۴	۱,۰۲۴	۱,۰۷۳	۱,۰۳۷	۱,۰۰۹	۱,۰۴۵	۱,۰۱۷	۱,۱۰۸	۱,۰۱۰	۱,۰۱۷	z_i

تابع کالیبراسیون به صورت زیر است:

$$\hat{y} = 0.2469 + 0.9851x$$

مقادیر برازش شده \hat{y}_n با جایگزین کردن x در این فرمول با مقادیر NIST x_n به دست آورده شده اند. این مقادیر برازش شده در جدول ۷ لیست شده اند.

مقادیر برازش شده وزنی با جایگزین کردن x در فرمول زیر با مقادیر NIST x_n به دست آورده شوند

$$\hat{z} = 0.9851 + 0.2469/x$$

باقی مانده های وزنی به صورت زیر به دست آورده شوند

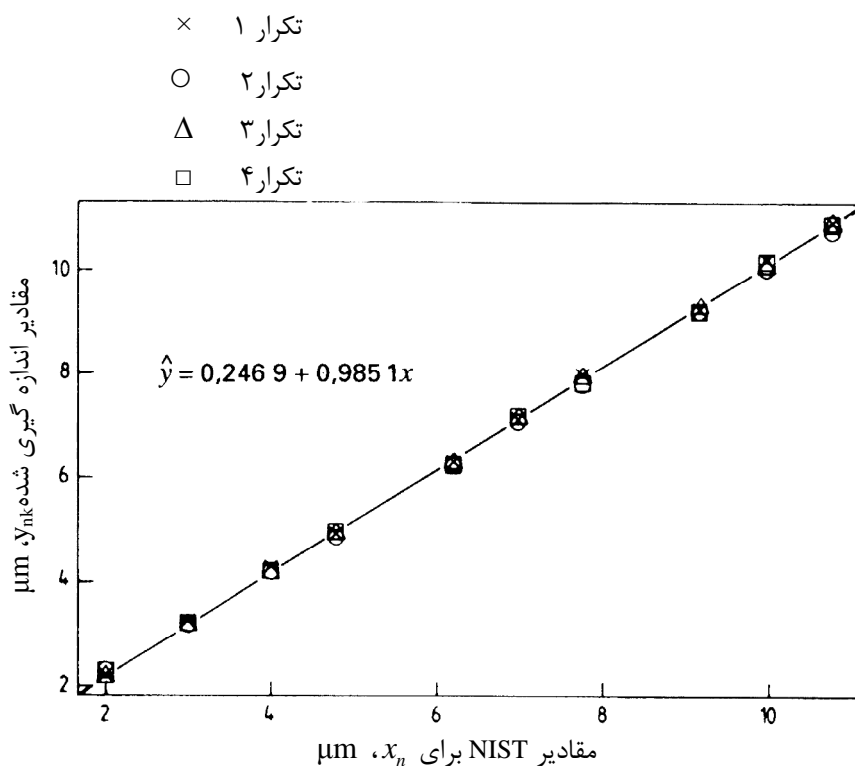
$$u_{nk} = z_{nk} - \hat{z}_n$$

این مقادیر برازش شده در جدول ۷ لیست شده اند.

شکل ۱۰ داده های اصلی و تابع کالیبراسیون بنا بر فرض انحراف معیار نسبی باقی مانده ها را نشان می دهد.

جدول ۷ - کالیبراسیون خطی بنا بر فرض انحراف معیار نسبی باقی مانده‌ها

باقی مانده‌های وزنی				مقدار برازش شده وزنی \hat{z}_n	مقدار برازش شده \hat{y}_n μm	مقدار NIST x_n μm
u_{n4}	u_{n3}	u_{n2}	u_{n1}			
-۰٫۰۱۰۵	-۰٫۰۰۵۶	-۰٫۰۱۲۱	-۰٫۰۰۵۶	۱٫۰۲۵۰	۶٫۳۴۴۹	۶٫۱۹
-۰٫۰۰۵۵	۰٫۰۰۶۵	-۰٫۰۰۷۷	-۰٫۰۰۱۲	۱٫۰۱۲۱	۹٫۲۸۰۷	۹٫۱۷
-۰٫۰۰۳۷	۰٫۰۰۶۴	-۰٫۰۰۸۷	۰٫۰۰۱۳	۱٫۱۰۹۲	۲٫۲۰۷۴	۱٫۹۹
-۰٫۰۰۷۹	۰٫۰۰۶۲	-۰٫۰۱۱۸	۰٫۰۱۲۷	۱٫۰۱۶۹	۷٫۹۰۱۵	۷٫۷۷
-۰٫۰۰۹۴	-۰٫۰۰۹۴	-۰٫۰۰۹۴	۰٫۰۲۰۶	۱٫۰۴۶۹	۴٫۱۸۷۵	۴٫۰۰
۰٫۰۰۳۱	۰٫۰۰۵۹	-۰٫۰۱۱۸	۰٫۰۰۶۸	۱٫۰۰۸۱	۱۰٫۸۵۶۹	۱۰٫۷۷
۰٫۰۰۹۲	۰٫۰۰۹۲	-۰٫۰۱۸۰	-۰٫۰۰۱۲	۱٫۰۳۶۸	۴٫۹۵۵۹	۴٫۷۸
۰٫۰۰۵۹	۰٫۰۰۵۹	-۰٫۰۰۷۵	۰٫۰۱۵۹	۱٫۰۶۷۷	۳٫۱۹۲۵	۲٫۹۹
۰٫۰۱۱۰	۰٫۰۰۸۱	-۰٫۰۰۷۶	۰٫۰۰۲۴	۱٫۰۲۰۵	۷٫۱۲۳۲	۶٫۹۸
۰٫۰۰۹۲	-۰٫۰۰۰۹	-۰٫۰۰۵۹	۰٫۰۱۵۲	۱٫۰۰۹۹	۱۰٫۰۷۸۶	۹٫۹۸



شکل ۱۰- منحنی کالیبراسیون برای فاصله خطوط بنا بر فرض انحراف استاندارد نسبی باقی مانده‌ها

شکل ۱۰ مشابه شکل ۷ فرض خطی بودن را تایید می‌کند. ضرایب تابع کالیبراسیون خطی در مقایسه با شکل ۷ اندکی تغییر کرده است. این تغییر نتیجه نسبت وزن دهی کمتر به مقادیر اندازه گیری شده برای فواصل خطوط بزرگ نسبت به مقادیر اندازه گیری شده برای فواصل خطوط کوچک است. (فرض انحراف معیار نسبی باقی مانده‌ها).

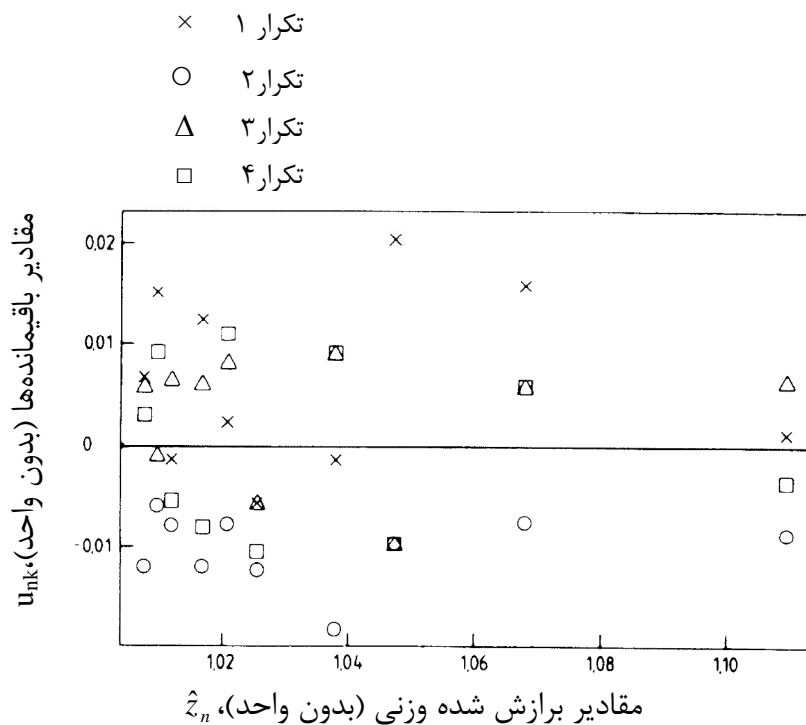
شکل ۱۱ نمودار باقی مانده‌های وزنی را نشان می‌دهد.

باقی مانده‌های نسبی نشان داده شده در شکل ۱۱ به نظر می‌رسد که به طور تصادفی توزیع شده باشند. پراکندگی افزایشی شکل ۸ وجود ندارد که باور بیشتری به فرض انحراف معیار نسبی باقی مانده‌ها می‌بخشد. همانند شکل ۸، شکل ۱۱ برای تکرار ۲ مقادیر باقی مانده‌ها وزنی کمتری را نشان می‌دهد.

۹-۲-۶ ارزیابی فقدان برازش تابع کالیبراسیون

جدول ۸ جدول ANOVA را تحت مدل انحراف معیار نسبی باقی مانده‌ها ارائه شده در بند ۶-۵-۳ نشان می‌دهد.

جدول ANOVA معلوم می‌کند که تغییر پذیری در باقی مانده‌ها به علت فقدان برازش ($\hat{\tau}_1^2$) از تغییر پذیری در داده‌ها به علت خطای مطلق ($\hat{\tau}_p^2$) کمتر است. نسبت $\hat{\tau}_1^2 / \hat{\tau}_p^2$ از مقدار $F_{0,95}(8,30)$ برابر با ۲,۲۷ کمتر است. این موضوع تایید می‌کند که فرض خطی بودن برای آزمایش کالیبراسیون شرح داده شده در این مثال مناسب است.



شکل ۱۱- باقیمانده‌های وزنی در برابر مقادیر برازش شده وزنی برای فاصله خطوط بنا بر فرض انحراف استاندارد نسبی باقی مانده‌ها

جدول ۷- جدول ANOVA خطی جهت مقایسه فقدان برازش و خطای مطلق برای فاصله خطوط بنا بر فرض انحراف معیار نسبی باقی مانده‌ها

نسبت F	SS/DF	مجموع مربعات، SS	درجه آزادی، DF	منبع
$\frac{\hat{\tau}_l^2}{\hat{\tau}_p^2} = 0.73$	$MSR = 0.0369$	$WSSR = 0.0369$	1	تابع کالیبراسیون
	$\hat{\tau}^2 = 0.89 \times 10^{-4}$	$WSSE = 0.0034$	38	باقی مانده‌ها
	$\hat{\tau}_l^2 = 0.69 \times 10^{-4}$	$WSSE - WSSP = 0.00055$	8	فقدان برازش
	$\hat{\tau}_p^2 = 0.94 \times 10^{-4}$	$WSSP = 0.0028$	30	خطای مطلق
		$WSST = 0.0403$	39	مجموع

۷-۲-۹ تبدیل اندازه گیری‌های بعدی

بر مبنای تابع کالیبراسیون به دست آمده در ۴-۶، اندازه گیری یا اندازه گیری‌ها بر روی فواصل مجهول جدید به شرح ذیل تبدیل خواهد شد:

الف) تک اندازه گیری y_0 فاصله خطوط مجهول به مقدار فاصله خطوط گزارش شده زیر منتهی خواهد شد

$$x_0^* = \frac{y_0 - 0.24469}{0.9851}$$

ب) چندین اندازه گیری همان فاصله خطوط مجهول $y_{01}, y_{02}, \dots, y_{0p}$ به تک مقدار فاصله خطوط گزارش شده زیر منتهی خواهد شد

$$x_0^* = \frac{\bar{y}_0 - 0.24469}{0.9851}$$

۳-۹ روش کنترل

۱-۳-۹ پس زمینه و داده‌ها

دو فاصله خطوط برای روش کنترلی انتخاب شده است ($m=2$). این فواصل خطوط به طریقی انتخاب شده‌اند که تا حد ممکن گستره بزرگ‌تری از مقادیر مواجه شده در طی شرایط بهره برداری عادی را پوشش دهند. هر فاصله خطوط هر روز اندازه گیری شده است. جدول ۹ اندازه گیری‌های به دست آمده در طی ۷ روز نخست را همراه با مقدار NIST (x_i) نشان می‌دهد.

۲-۳-۹ محاسبه حد بالایی و حد پایینی کنترل

برای α مقدار 0.05 انتخاب شده است. از بند ۶-۴-۲ داریم:

$$\hat{\sigma}^2 = 0.889 \times 10^{-4}$$

$$\hat{\gamma}_1 = 0.9851$$

$$NK - 2 = 38$$

$$\zeta = 0.025$$

این مقادیر منجر به نتایج زیر می‌شود:

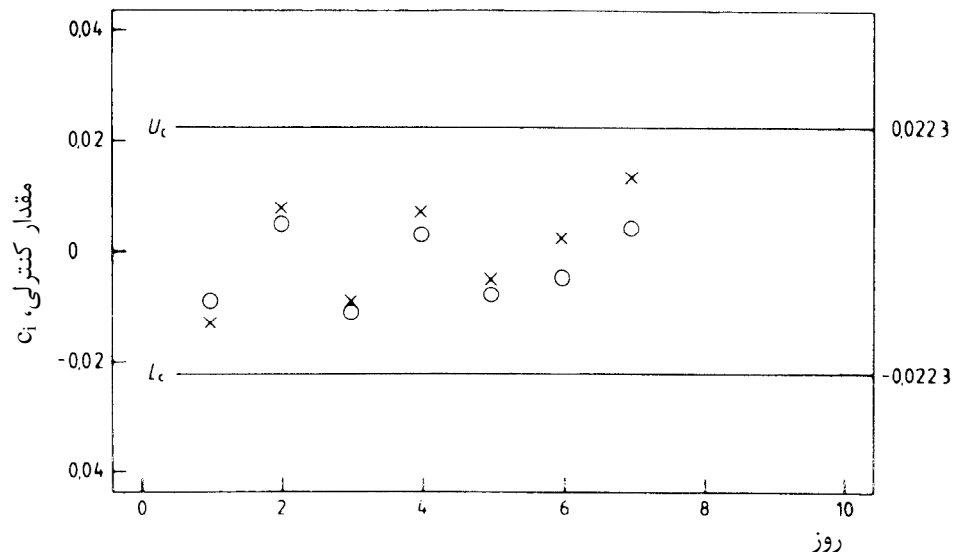
$$U_c = 0.0094 \times 2.3342 / 0.9851 = 0.0223$$

$$L_c = -0.0223$$

این حدود در شکل ۱۲ رسم شده‌اند.

جدول ۹ - داده‌های گردآوری شده برای روش کنترلی

مقدار کنترل c_i	مقدار تبدیل یافته x_i^* μm	مقدار اندازه گیری شده y_i μm	مقدار NIST x_i μm	روز
-۰٫۰۱۳	۲٫۹۵۱	۳٫۱۵۴	۲٫۹۹	۱
-۰٫۰۰۹	۱۰٫۶۷۳	۱۰٫۷۶۰	۱۰٫۷۷	
۰٫۰۰۸	۳٫۰۱۳	۳٫۲۱۵	۱۰٫۷۷	۲
۰٫۰۰۵	۱۰٫۸۲۳	۱۰٫۹۰۹	۲٫۹۹	
-۰٫۰۰۹	۲٫۹۶۲	۳٫۱۶۵	۱۰٫۷۷	۳
-۰٫۰۱۱	۱۰٫۶۵۲	۱۰٫۷۴۰	۲٫۹۹	
۰٫۰۰۷	۳٫۰۱۱	۳٫۲۱۳	۱۰٫۷۷	۴
۰٫۰۰۳	۱۰٫۸۰۶	۱۰٫۸۹۲	۲٫۹۹	
-۰٫۰۰۵	۲٫۹۷۶	۳٫۱۷۹	۱۰٫۷۷	۵
-۰٫۰۰۸	۱۰٫۶۸۵	۱۰٫۷۷۲	۲٫۹۹	
۰٫۰۰۲	۲٫۹۹۶	۳٫۱۹۸	۱۰٫۷۷	۶
-۰٫۰۰۵	۱۰٫۷۲۰	۱۰٫۸۰۷	۲٫۹۹	
۰٫۰۱۳	۳٫۰۲۸	۳٫۲۳۰	۱۰٫۷۷	۷
۰٫۰۰۴	۱۰٫۸۱۱	۱۰٫۸۹۷	۲٫۹۹	



راهنما: \times RM با مقدار کم، \circ RM = با مقدار بالا

شکل ۱۲ - نمودار کنترل جهت صحه گذاری منحنی کالیبراسیون برای فواصل خطوط بنا بر فرض انحراف

۳-۳-۹ تبدیل و نمودار داده‌ها

الف) مقادیر y_i با استفاده از تابع کالیبراسیون به x_i^* تبدیل می‌شوند و مقادیر کنترلی زیر به دست آورده می‌شود

$$c_i = \frac{x_i^* - x_i}{x_i}$$

مدل با انحراف معیار نسبی باقی‌مانده‌ها جهت به دست آوردن تابع کالیبراسیون اتخاذ شده است، روش کنترل اختلاف‌های نرمالیزه را به جای اختلاف‌های عادی ($d_i = x_i^* - x_i$)، به عنوان مقادیر کنترل استفاده می‌کند. مقادیر کنترل در جدول ۹ لیست شده‌اند.
ب) مقادیر کنترل در نمودار کنترل رسم شده است.

۴-۳-۹ تصمیم درباره حالت سیستم

سیستم به نظر می‌رسد تحت کنترل باشد و تابع کالیبراسیون نیاز ندارد تا ۷ روز به هنگام شود.

۵-۳-۹ بر آورد عدم قطعیت‌های مقادیر تبدیل یافته در مدت دوره اعتبار تابع کالیبراسیون

از آنجایی که فقط دو RMS در نمودار کنترل استفاده شده است، همه مقادیر کنترلی c_i در محاسبه برآورد ضریب تغییر مقدار تبدیل یافته به حساب آورده شده است. این برآورد برابر است با

$$\hat{t}_{cal} = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^J (c_{lj}^2 + c_{mj}^2)}{2J}} = 0.0079$$

با ۱۴ درجه آزادی $= 2J$.

بازه اطمینان تقریبی برای مقدار حقیقی مجهول کمیت برآورده شده به وسیله مقدار تبدیل یافته x_0^* با سطح اطمینان ۰/۹۵ به صورت زیر به دست آورده شده است.

$$x_0^* \pm \hat{t}_{cal} t_{(1-\alpha/2)}(2J) x_0^* = x_0^* \pm 0.0079 \times 2.145 x_0^*$$

پیوست الف

(الزامی)

لیست نمادها و اختصارها

تعداد مواد مرجع	N
تعداد اندازه گیری‌های تکراری برای هر نمونه	K یا K_n
کل تعداد اندازه گیری‌ها بر روی مواد مرجع	NK
مقدار پذیرفته شده ماده مرجع	x
مقدار پذیرفته شده خالی	x_b
میانگین همه مقادیر پذیرفته شده	\bar{x}
معکوس مقدار پذیرفته شده ماده مرجع ($1/x$)	w
میانگین همه مقادیر پذیرفته شده معکوس	\bar{w}
اندازه گیری ماده مرجع	y
اندازه گیری خالی	y_b
میانگین همه اندازه گیری‌ها	\bar{y}
میانگین اندازه گیری‌های ماده مرجع خاص	$y.$
نسبت اندازه گیری RM خاص به مقدار پذیرفته شده همان $RM (y/x)$	z
عرض از مبدا تابع کالیبراسیون بنا بر فرض انحراف معیار ثابت باقی‌مانده‌ها	β_0
شیب تابع کالیبراسیون بنا بر فرض انحراف معیار ثابت باقی‌مانده‌ها	β_1
عرض از مبدا تابع کالیبراسیون بنا بر فرض انحراف معیار نسبی باقی‌مانده‌ها	γ_0
شیب تابع کالیبراسیون بنا بر فرض انحراف معیار نسبی باقی‌مانده‌ها	γ_1
انحراف میان اندازه گیری و مقدار پذیرفته شده‌اش بنا بر فرض خطی بودن و انحراف استاندارد ثابت باقی‌مانده‌ها	ε
انحراف میان اندازه گیری و مقدار پذیرفته شده‌اش بنا بر فرض خطی بودن و انحراف استاندارد نسبی باقی‌مانده‌ها	η
باقی‌مانده‌ها بنا بر فرض خطی بودن و انحراف معیار ثابت باقی‌مانده‌ها	e
باقی‌مانده‌های وزنی بنا بر فرض خطی بودن و انحراف معیار نسبی باقی‌مانده‌ها	u
واریانس ثابت باقی‌مانده‌ها (واریانس ε)	σ^2
واریانس مربوط به خطای مطلق بنا بر فرض انحراف معیار ثابت باقی‌مانده‌ها	σ_p^2
واریانس مربوط به فقدان برازش بنا بر فرض انحراف معیار ثابت باقی‌مانده‌ها	σ_l^2

واریانس نسبی باقی مانده‌ها	(واریانس η/x)	τ^2
واریانس مربوط به خطای مطلق بنا بر فرض انحراف معیار نسبی باقی مانده‌ها		τ_p^2
واریانس مربوط به فقدان برازش بنا بر فرض انحراف معیار نسبی باقی مانده‌ها		τ_l^2
مجموع مربع باقی مانده‌ها	e	SSE
مجموع مربع باقی مانده‌های وزنی	u	WSSE
مجموع کل مربع انحراف‌ها، به تناظر بنا بر فرض انحراف معیار ثابت باقی مانده‌ها یا نسبی		WSST, SSE
مجموع مربع انحراف‌ها به دلیل خطای مطلق به تناظر بنا بر فرض انحراف معیار ثابت یا نسبی باقی مانده‌ها		WSSP, SSP
مجموع مربع انحراف‌های تشریح شده به وسیله تابع کالیبراسیون به تناظر بنا بر فرض انحراف معیار ثابت یا نسبی باقی مانده‌ها		WSSR, SSR
سطح معناداری		α
سطح اطمینان		$1 - \alpha$
$(1 - \alpha)$ - چندک ^۱ توزیع F با n_1 و n_2 درجه آزادی		$F_{(1-\alpha)}(n_1 : n_2)$
$(1 - \zeta)$ - چندک توزیع t با n_1 درجه آزادی		$t_{(1-\zeta)}(n_1)$
حد بالایی کنترل بنا بر فرض انحراف معیار ثابت باقی مانده‌ها		U_d
حد پایینی کنترل بنا بر فرض انحراف معیار ثابت باقی مانده‌ها		L_d
حد بالایی کنترل بنا بر فرض انحراف معیار نسبی باقی مانده‌ها		U_c
حد پایینی کنترل بنا بر فرض انحراف معیار نسبی باقی مانده‌ها		L_c
مقدار کنترلی بنا بر فرض انحراف معیار نسبی باقی مانده‌ها		d

پیوست ب

(الزامی)

روش پایه زمانی که تعداد تکرارها ثابت نیست

زمانی که تعداد تکرارها برای هر $RM(K_n)$ ثابت نیست، تابع کالیبراسیون می‌تواند با استفاده از فرمول‌های تطبیق شده بندهای ۲-۲-۶، ۲-۴-۶ و ۵-۶ نیز برآورد شود.

ب-۱ برآوردهای β_1 ، β_0 و σ^2 به صورت زیر محاسبه شوند:

$$\hat{\beta}_1 = \frac{\sum_{n=1}^N (x_n - \bar{x}) \sum_{k=1}^{k_n} (y_{nk} - \bar{y})}{\sum_{n=1}^N K_n (x_n - \bar{x})^2}$$

$$\hat{\beta}_0 = \bar{y} - \hat{\beta}_1 \bar{x}$$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{SSE}{(NK - 2)}$$

که در آن‌ها:

$$NK = \sum_{n=1}^N K_n$$

$$\bar{x} = \frac{1}{NK} \sum_{n=1}^N K_n x_n$$

$$\bar{y} = \frac{1}{NK} \sum_{n=1}^N \sum_{k=1}^{K_n} y_{nk}$$

$$\hat{y}_n = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_n$$

$$e_{nk} = y_{nk} - \hat{y}_n$$

$$SSE = \sum_{n=1}^N \sum_{k=1}^{K_n} (e_{nk})^2$$

ب-۲ برآوردهای γ_0 ، γ_1 و τ^2 به صورت زیر محاسبه شوند:

$$\hat{\gamma}_0 = \frac{\sum_{n=1}^N (w_n - \bar{w}) \sum_{k=1}^{k_n} (z_{nk} - \bar{z})}{\sum_{n=1}^N K_n (w_n - \bar{w})^2}$$

$$\hat{\gamma}_1 = \bar{z} - \hat{\gamma}_0 \bar{w}$$

$$\hat{t}^2 = \frac{\text{WSSE}}{(NK - 2)}$$

که در آنها:

$$NK = \sum_{n=1}^N K_n$$

$$z_{nk} = \frac{y_{nk}}{x_n}$$

$$w_n = \frac{1}{x_n}$$

$$\bar{w} = \frac{1}{NK} \sum_{n=1}^N K_n w_n$$

$$\bar{z} = \frac{1}{NK} \sum_{n=1}^N \sum_{k=1}^{k_n} z_{nk}$$

$$\hat{z}_n = \hat{\gamma}_1 + \hat{\gamma}_0 w_n$$

$$u_{nk} = z_{nk} - \hat{z}_n$$

$$\text{WSSE} = \sum_{n=1}^N \sum_{k=1}^{K_n} (u_{nk})^2$$

ب-۳ فقدان برازش به صورت زیر ارزیابی شود. جدول های ۱ و ۳ هنوز کاربرد دارد که در آنها

$$y_{n\cdot} = \frac{1}{K_n} \sum_{k=1}^{K_n} y_{nk}$$

$$\text{SST} = \sum_{n=1}^N \sum_{k=1}^{K_n} (y_{nk} - \bar{y})^2$$

$$\text{SSP} = \sum_{n=1}^N \sum_{k=1}^{K_n} (y_{nk} - y_{n\cdot})^2$$

SSE در ب-۱ تعریف شده است و

$$z_{n\cdot} = \frac{1}{K_n} \sum_{k=1}^{K_n} z_{nk}$$

$$WSST = \sum_{n=1}^N \sum_{k=1}^{K_n} (z_{nk} - \bar{z})^2$$

$$WSSP = \sum_{n=1}^N \sum_{k=1}^{K_n} (z_{nk} - z_{n\cdot})^2$$

WSSE در ب-۱ تعریف شده است.

کتابنامه

- [1] MANDEL, J. Fitting straight lines when both variables are in error. Journal of Quality Technology, 16 (No. 1), 1984, pp. 1-14.
- [2] GRAYBILL, F. Theory and Applications of the Linear Model. Duxbury Press, North Scituate, MA, 1976.
- [3] DRAPER, N. and SMITH, H. Applied Regression Analysis. 2nd edn., Wiley, New York, 1981.
- [4] CARROLL, R., SPIEGELMAN, C. and SACKS, J. A quick and easy multiple-use calibration curve procedure. Technometrics, 30, 1988, pp. 137-141.
- Variables are in error. Journal of Quality Technology, 16 (No. 1), 1984, pp. 1-14.
- [5] MEE, R., EBERHARDT, K. and REEVE, C. Calibration and simultaneous tolerant intervals for regression. Technometrics, 23, 1991, pp. 211-219.
- [6] ISO 7870:1993, Control Charts - General guide and introduction.
- [7] ISO 8258:1991, Shewhart control Charts.
- [8] CROARKIN, C. and VARNER, R. Measurement assurance for dimensional measurements on integrated-circuits photo masks. NBS Technical Note 7 164, 1982.